**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ЗА ЗГИНУ ПЛАСТИНИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ ТА ТРІЩИНОЮ З УРАХУВАННЯМ ШИРИНИ ОБЛАСТІ КОНТАКТУ ЇЇ БЕРЕГІВ

Микола Слободян, Вікторія Коломієць

Львівський національний університет імені Івана Франка, manjunia_17@mail.ru

Розглянемо нескінченну ізотропну пластину завтовшки $2h$, яка містить циліндричний (круговий) отвір радіуса R та довільно розташовану наскрізну прямолінійну тріщину завдовжки $2l$. У площині пластини розмістимо декартову систему координат $Oxy\tilde{z}$ так, щоб точка O співпадала з центром кругового отвору, а вісь $O\tilde{z}$ була перпендикулярною до серединної площини пластини. У площині Oxy введемо полярну систему координат r і θ з полюсом у точці O та полярною віссю Ox. Нехай точка O_1 – центр тріщини з координатами $(x_0,0)$, α – кут нахилу

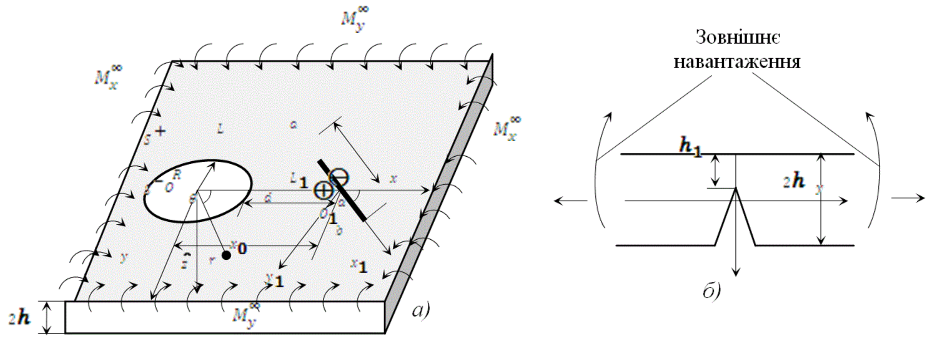

Рис. Схема навантаження пластини та розміщення отвору і тріщини

лінії тріщини до осі Ox. З тріщиною пов'яжемо декартову систему координат $O_1x_1y_1$. Вважатимемо, що пластина на безмежності згинається рівномірно розподіленими моментами M_x^∞ і M_y^∞ та при заданому навантаженні береги тріщини гладко контактують по області постійної ширини h_1, на верхній основі пластини по всій її довжині. Область всередині отвору позначимо через S^+, ззовні – через S^-; лінію, де розміщена тріщина – через L_1, а коло – через L (рис.).

Оскільки береги тріщини контактують, то крім згинальних моментів виникають мембранні зусилля. Тому розв'язок задачі визначається у вигляді розв'язків двох задач: задачі згину пластини та плоскої задачі.

На межі кругового отвору маємо такі крайові умови:

$$M_r = 0, \quad P_r = 0, \quad \sigma_{\Pi rr} = 0, \quad \sigma_{\Pi r\theta} = 0, \quad x \in L,$$

де M_r – згинальний момент, $\sigma_{\Pi rr}$, $\sigma_{\Pi r\theta}$ – компоненти тензора напружень у полярній системі координат, P_r – узагальнена в сенсі Кірхгофа перерізу вальна сила.

Крайові умови на берегах тріщини мають вигляд:

$$P^+ = P^- = 0, \quad M_{y_1}^+ = M_{y_1}^- = \beta h N, \quad x_1 \in L_1,$$

$$\sigma_{\Pi x_1 y_1}^+ = \sigma_{\Pi x_1 y_1}^- = 0, \quad \sigma_{\Pi y_1 y_1}^+ = \sigma_{\Pi y_1 y_1}^- = -\frac{1}{2}\frac{N}{h}, \quad x_1 \in L_1,$$

$$[\upsilon_\Pi] + \alpha h \left[\frac{\partial w}{\partial y_1}\right] = 0, \quad x_1 \in L_1, \qquad \alpha = \frac{1}{2}(1 + (1-\gamma)^2), \quad \beta = 1 - \frac{\gamma}{3}, \quad \gamma = \frac{h_1}{h},$$

де N – контактне зусилля між берегами тріщини; w - прогин пластини у задачі згину, υ_Π – компонента вектора переміщення у плоскій задачі; $[f] = f^+ - f^-$, знаками «+» і «-» позначені граничні значення функцій при прямуванні точки площини до тріщини при $y_1 \to \pm 0$.

Використавши комплексні потенціали плоскої задачі та класичної теорії згину пластин, отримаємо задачі лінійного спряження, розв'язавши які отримаємо систему сингулярних інтегральних рівнянь на берегах тріщини. Ця система розв'язана числового з використанням методу механічних квадратур. Крайові умови на межі кругового отвору задоволені аналітично. Досліджено контактне зусилля між берегами тріщини, коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів, а також критичне навантаження, яке може витримати пластина.

DETERMINATION OF THE CRITICAL LOAD FOR BENDING THE PLATE WITH A CIRCULAR HOLE AND CRACK CONSIDERING THE WIDTH OF THE CONTACT AREA OF THE COAST

The problem of biaxial bending infinite isotropic plate with a circular hole and free-standing cross-cutting straight crack along which smooth contact area for constant width is solved. Solution of the problem is built using methods of the theory of functions of a complex variable and complex potentials and reduced to a system of singular integral equations. The resulting system is solved numerically by the method of mechanical quadratures.