**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

УДК 517.946+511.37

УМОВИ РОЗВ'ЯЗНОСТІ НЕЛОКАЛЬНОЇ ДВОТОЧКОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ОДНОРІДНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО РІВНЯННЯ У ПРОСТОРАХ РЯДІВ ДІРІХЛЕ-ТЕЙЛОРА

Володимир Ільків, Наталія Страп

Національний університет «Львівська політехніка», ilkivv@i.ua, n.strap@i.ua

В циліндричній області $D^p = [0;T] \times S^p$, де $S \subset \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $T > 0$, $p \geq 2$, досліджено диференціально-операторне рівняння з векторним оператором $B = (B_1, \ldots, B_p)$, де $B_j \equiv z_j \dfrac{\partial}{\partial z_j}$, $j = 1, \ldots, p$, є операторами узагальненого диференціювання, які діють на функції комплексних змінних $z_1, \ldots, z_p$ в області S^p. Встановлено умови однозначної розв'язності задачі для однорідного диференціально-операторного рівняння з нелокальними умовами

$$\sum_{s_0 + |s| \leq n} a_{s_0,s} B^s \frac{\partial^{s_0} u}{\partial t^{s_0}} = 0, \tag{1}$$

$$\mu \left.\frac{\partial^m u}{\partial t^m}\right|_{t=0} - \left.\frac{\partial^m u}{\partial t^m}\right|_{t=T} = \varphi_m, \quad m = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{2}$$

де $s = (s_1, \ldots, s_p) \in \mathbb{Z}_+^p$, $|s| = s_1 + \ldots + s_p$, $a_{s_0,s_1} \in \mathbb{C}$, $a_{n,0} = 1$, $\mu \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $u = u(t,z)$ – шукана функція, а $\varphi_0 = \varphi_0(z)$, $\varphi_1 = \varphi_1(z)$, $\ldots$, $\varphi_{m-1} = \varphi_{m-1}(z)$ – задані функції, $z = (z_1, \ldots, z_p)$, $B^s = B_1^{s_1} \ldots B_p^{s_p}$, $B_j^0 u \equiv u$, $B_j^l u = B_j (B_j^{l-1} u)$ $(j = 1, \ldots, p,$ $l = 1, \ldots, n)$.

Введемо множину $\mathcal{N} = \left\{ \nu_k = \left(\nu_{k1}, \ldots, \nu_{kp}\right) \in \mathbb{R}^p : k \in \mathbb{Z}^p \right\}$, яку будемо називати спектром функції. На елементи множини $\mathcal{N}$ накладемо такі умови:

1) при $k \neq r$ виконується нерівність $\nu_k \neq \nu_r$, тобто відображення $k \to \nu_k$ є бієктивним відображенням $\mathbb{Z}^p$ на множину $\mathcal{N}$;

2) $\tilde{\nu}_k \to \infty$ при $k \to \infty$, де $\tilde{\nu}_k = \sqrt{1 + \nu_{k1}^2 + \ldots + \nu_{kp}^2}$.

Нелокальна задачу (1), (2) розглядаємо в шкалах просторів $\{H\mathcal{N}_q(S^p)\}_{q\in\mathbb{R}}$ і $\{H\mathcal{N}_q^n(D^p)\}_{q\in\mathbb{R}}$, де $H\mathcal{N}_q(S^p)$, – гільбертів простір функцій $\psi(z)=\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}\psi_k z^{\nu_k}$ зі спектром $\mathcal{N}$ із скалярним добутком $(\psi,\varphi)_{H\mathcal{N}_q(S^p)}=\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}\tilde{\nu}_k^{2q}\psi_k\bar{\varphi}_k$, де $z^{\nu_k}=z_1^{\nu_{k1}}\ldots z_p^{\nu_{kp}}$, а $H\mathcal{N}_q^n(D^p)$ – банахів простір функцій $u=u(t,z)$ таких, що похідні $\dfrac{\partial^r u(t,z)}{\partial t^r}=\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k^{(r)}(t)z^{\nu_k}$, $r=0,1,\ldots,n$, для кожного $t\in[0,T]$ належать до просторів $H\mathcal{N}_{q-r}(S^p)$, і неперервні за t у цих просторах: $\|u\|^2_{H\mathcal{N}_q^n(D^p)}=\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}\max_{[0,T]}\left\|\dfrac{\partial^r u(t,\cdot)}{\partial t^r}\right\|^2_{H\mathcal{N}_{q-r}(S^p)}$.

Побудовано формулу для розв’язку задачі (1), (2), а також проведено аналіз малих знаменників, який грунтується на метричному підході. На основі отриманих оцінок знизу малих знаменників встановлено достатні умови існування розв’язку даної задачі у просторі $H\mathcal{N}_q^n(D^p)$ з довільним дійсним параметром q. Встановлено обернену залежність між граничною швидкістю зростання спектру $\mathcal{N}$ і гладкістю правих частин φ_0, $\ldots$, φ_{n-1} умов (2).

SOBVABILITY CONDITIONS OF NON-LOCAL TWO-POINT PROBLEM FOR DIFFERENTIAL-OPERATOR EQUATION IN THE SPACES OF DIRICHLET-TAYLOR SERIES

Solvability conditions of non-local boundary value problem for differential equation with the operator $B=(B_1,\ldots,B_p)$, *where* $B_j\equiv z_j\dfrac{\partial}{\partial z_j}$, $j=1,\ldots,p$, *in the spaces of several complex variables functions, which are Dirichlet-Taylor series with fixed spectrum, are established. This problem is incorrect in the Hadamard sense and its solvability depends on the small denominators, which arising in the construction of the solution. By using of metric approach, theorems about lower estimations of small denominators, that depends on the asymptotic of Dirichlet-Taylor series spectrum, were proved. It indicates unique solvability of this problem for almost all vectors composed of equation coefficients and boundary conditions parameter.*