**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

УДК 517.95

ВИЗНАЧЕННЯ НЕВІДОМИХ КОЕФІЦІЄНТІВ У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ З ДОВІЛЬНИМ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ

Надія Гузик

Львівський національний університет імені Івана Франка, hryntsiv@ukr.net

В області $Q_T = \{(x,t): 0<x<h, 0<t<T\}$ розглядається обернена задача одночасного визначення двох залежних від часу коефіцієнтів $a=a(t)$ та $b=b(t)$ у параболічному рівнянні

$$u_t = a(t)\psi(t)u_{xx} + b(t)u_x + c(x,t)u + f(x,t) \tag{1}$$

з початковою умовою

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad x\in[0,h], \tag{2}$$

крайовими умовами

$$u(0,t)=\mu_1(t), \quad u(h,t)=\mu_2(t), \quad t\in[0,T],, \tag{3}$$

та умовами перевизначення

$$a(t)\psi(t)u_x(0,t)=\mu_3(t), \quad t\in[0,T], \tag{4}$$

$$\int_0^h u(x,t)dx=\mu_4(t), \quad t\in[0,T]. \tag{5}$$

Відомо, що $\psi=\psi(t)$ – монотонно зростаюча функція така, що $\psi(t)>0$, $t\in(0,T]$, та $\psi(0)=0$.

Означення. Під розв’язком задачі (1)-(5) розумітимемо трійку функцій $(a,b,u)\in C[0,T]\times C[0,T]\times C^{2,1}(Q_T)\cap C^{1,0}(\overline{Q_T})$, $a(t)>0$, $t\in[0,T]$, що задовольняє рівняння (1) та умови (2)-(5).

Дослідження проводиться у випадку слабкого виродження, коли $\lim\limits_{t\to0}\int_0^t \frac{d\tau}{\psi(\tau)}=0.$ За допомогою функції Гріна першої крайової задачі для рівняння теплопровідності обернена задача (1)-(5) зводиться до еквівалентної системи рівнянь відносно невідомих $u=u(x,t)$ $v=u_x(x,t)$, $a=a(t)$ та $b=b(t)$. До отриманої системи рівнянь застосовуємо теорему Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора. Умови існування розв'язку задачі (1)-(5) містяться у теоремі 1.

Теорема 1. *Нехай виконуються умови*

A_1) $\varphi \in C^2[0,h], \quad \mu_3(t) = \mu_{3,0}(t)\psi(t), \quad \mu_{3,0} \in C[0,T],$

$\mu_i \in C^1[0,T], i = 1,2,4, \quad c, f \in C\left(\overline{Q_T}\right);$

A_2) $\varphi'(x) > 0, \quad x \in [0,h], \quad \mu_{3,0} > 0, \quad \mu_2(t) - \mu_1(t) \neq 0, t \in [0,T];$

A_3) $\varphi(0) = \mu_1(0), \quad \varphi(h) = \mu_2(0).$

Тоді можна вказати таке число T_0, $0 < T_0 \leq T$, *що існує розв'язок* (a,b,u) *задачі* (1)-(5) *при* $(x,t) \in [0,h] \times [0,T_0]$.

Доведення єдиності розв'язку задачі (1)-(5) проводиться від супротивного і зводиться до встановлення інтегровності ядер систем однорідних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду. На відміну від теореми існування, теорема єдиності доводиться для всього часового проміжку.

Теорема 2. *При виконанні умов*

B_1) $\varphi \in C^3[0,h], \quad c, f \in C^{1,0}(\overline{Q_T});$

B_2) $\mu_{3,0} \neq 0, \quad \mu_2(t) - \mu_1(t) \neq 0, \ t \in [0,T],$

розв'язок задачі (1)-(5) єдиний.

AN IDENTIFICATION OF THE UNKNOWN COEFFICIENTS IN A GENERALLY DEGENERATE PARABOLIC EQUATION

We consider the inverse problem of simultaneous determination of the time-dependent coefficients in a one-dimensional generally degenerate parabolic equation. We establish existence of the solution over some time interval whose length is determined by the known values whereas uniqueness of the solution holds globally. We investigate the case of weak degeneration.