

ВПЛИВ СПОСОБУ ЗАКРІПЛЕННЯ КОНТУРУ НА НАПРУЖЕНО–ДЕФОРМОВАННИЙ СТАН ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Людмила Федорченко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
fedorchenko555@gmail.com

Розглянемо гнучку ортотропну циліндричну оболонку з ортотропною електропровідністю змінної товщини $h = 5 \cdot 10^{-4}(1 + 0.3 \sin(\pi s / l))$ м (l – довжина оболонки). На оболонку діє нормальне навантаження $P_\gamma = 1 \cdot 10^3$ Н/м² і зовнішній електричний струм $J_{\theta cm} = 1 \cdot 10^5 \sin(\omega t)$ А/м². Нехтуємо впливом процесів поляризації і намагнічування. Серединну поверхню оболонки в недеформованому стані віднесемо до криволінійної системи координат s і θ , де s – довжина дуги меридіана, θ – центральний кут. Координатні лінії $s = const$, $\theta = const$ є лініями головних кривин серединної поверхні.

Розглядаємо тіла з ромбічною кристалічною структурою. Виходячи з кристалографії тензори діелектричної проникності ϵ_{ij} , електричної провідності σ_{ij} , та магнітної проникності μ_{ij} приймають діагональний вигляд. Тоді з врахуванням геометрії циліндричної оболонки та згідно з роботами [1, 2], система рівнянь магнітопружності осесиметричної ортотропної оболонки обертання має вигляд:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1 - \nu_s \nu_\theta}{e_s h} N_s - \frac{\nu_\theta}{r} w - \frac{1}{2} g_s^2, \quad \frac{\partial w}{\partial s} = -g_s, \quad \frac{\partial \vartheta_s}{\partial s} = \frac{12(1 - \nu_s \nu_\theta)}{e_s h^3} M_s,$$
$$\frac{\partial N_s}{\partial s} = -F_s - h J_{\theta CT} B_\gamma - \sigma_1 h \left[E_\theta B_\gamma + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} B_\gamma (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma^2 \right] + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$
$$\frac{\partial Q_s}{\partial s} = \frac{\nu_\theta e_\theta}{r e_s} N_s + e_\theta h \frac{w}{r} - F_\gamma - 0,5 h J_{\theta CT} (B_s^+ + B_s^-) - \sigma_3 h [-0,5 E_\theta (B_s^+ + B_s^-) - 0,25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-)^2 - \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ - B_s^-)^2 + 0,5 \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma (B_s^+ + B_s^-)] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

$$\frac{\partial M_s}{\partial s} = Q_s + N_s \vartheta_s - \frac{v_s M_s}{r},$$

$$\frac{\partial B_\gamma}{\partial s} = -\mu \sigma_2 \left[E_\theta + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma \right] + \frac{(B_s^+ - B_s^-)}{h}, \quad \frac{\partial E_\theta}{\partial s} = -\frac{\partial B_\gamma}{\partial t}.$$

Тут u , w – переміщення; N_s – нормальні зусилля; Q_s – поперечні зусилля; M_s – згинальний момент; ϑ_s – кут повороту нормалі; ρ – густина матеріалу; $r(s)$ – радіус кола оболонки; v_s , v_θ – коефіцієнти Пуассона; e_s , e_θ – модулі Юнга; F_i – механічна сила; E_θ – компонента напруженості електричного поля; B_γ – нормальна складова магнітної індукції; B_s^+ , B_s^- – відомі складові магнітної індукції на поверхнях оболонки; $J_{\theta CT}$ – складова густини стороннього електричного струму.

Отримана система нелінійних диференціальних рівнянь восьмого порядку описує напружено-деформівний стан гнучкої струмонесучої ортотропної циліндричної оболонки з ортотропною електропровідністю. Задачі такого типу розв'язують згідно методики [1], яка базується на послідовному застосуванні схеми Ньюмарка, методу квазілінеаризації та методу дискретної ортогоналізації.

Для дослідження впливу закріплення контурів на напружено-деформований стан ортотропної циліндричної оболонки розглянуто такі випадки граничних умов:

$$1) u = 0, \quad Q_s = 1 \cdot 10^3, \quad M_s = 0; \quad B_\gamma = 0,5 \sin \omega t, \quad \text{при } s = s_0;$$

$$u = w = M_s = 0; \quad B_\gamma = 0, \quad \text{при } s = s_N.$$

$$2) u = 0, \quad Q_s = 1 \cdot 10^3, \quad M_s = 0; \quad B_\gamma = 0,5 \sin \omega t, \quad \text{при } s = s_0;$$

$$u = w = \vartheta_s = 0; \quad B_\gamma = 0, \quad \text{при } s = s_N.$$

$$3) N_s = 0, \quad Q_s = 1 \cdot 10^3, \quad M_s = 0; \quad E_\theta = -0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-) + \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma, \quad \text{при } s = s_0;$$

$$u = w = M_s = 0; \quad B_\gamma = 0, \quad \text{при } s = s_N.$$

$$4) N_s = 0, \quad Q_s = 1 \cdot 10^3, \quad \vartheta_s = 0; \quad E_\theta = -0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-) + \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma, \quad \text{при } s = s_0;$$

$$u = w = M_s = 0; \quad B_\gamma = 0, \quad \text{при } s = s_N.$$

Результати отримано для оболонки з кадмію на інтервалі часу $t = 1 \cdot 10^{-2} c$, з кроком інтегрування за часом $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} c$.

На рис. 1-4 наведено графіки зміни прогину w в залежності від часу t на лівому контурі оболонки при $s = 0, m$.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

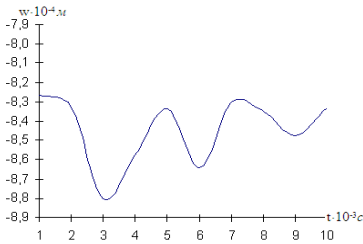


Рис.1

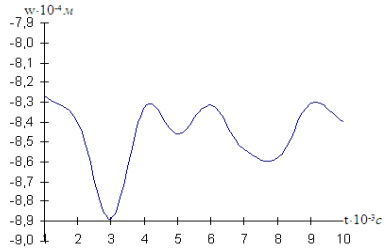


Рис.2

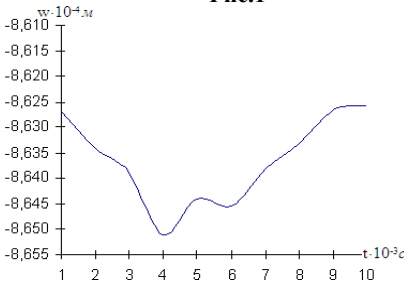


Рис.3

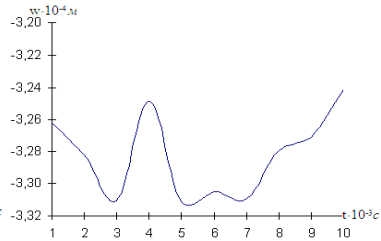


Рис.4

На рис. 1, 2 зображено зміну прогину для першого та другого випадку граничних умов. Оскільки у першому випадку на правому кінці маємо шарнірне закріплення, а у другому – жорстке, то на графіках спостерігаються деякі відмінності. На рис. 1 відношення прогину $w/h \approx 1.76$, а на рис. 2 – $w/h \approx 1.78$, що відповідає геометричній нелінійності. На рис. 3 представлено результати для випадку 3. Тут зліва маємо шарнірне закріплення з вільним контуром у напрямку s , а також умову не протікання струму через контур в нелінійній формі. Максимальне значення досягається на 3-ій ітерації. Абсолютне значення $w/h \approx 1.73$. На рис. 4 представлено результати випадку 4, у якому зліва задається жорстке заземлення з вільним переміщенням по s . Прогин лінійний $w/h \approx 0.66$.

1. *Мольченко Л. В.* Гибкие оболочки вращения в магнитном поле: монография. Электронный учебник. – К., 2013. – 196 с. <http://mechmat.univ.kiev.ua/u/publications>
2. *Федорченко Л. Н.* Осесимметричное магнитоупругое деформирование гибких ортотропных оболочек вращения с учетом ортотропной электропроводности// Вариационные методы механики: материалы міжнародної наукової конференції (Київ, 23-26 вересня 2013). – К.: «Адверта», – 2014. – С. 19-23.

THE INFLUENCE OF FIXING CIRCUIT ON THE STRESS-STRAIN STATE OF ORTHOTROPIC CYLINDRICAL SHELL

The influence of the method of fixing the orthotropic shell with orthotropic electroconductivity onto its stress-strain state under the transient magnetic field is considered. The analysis of results is carried out.