

ДИFUЗІЙНІ ПОТОКИ У СТОХАСТИЧНО НЕОДНОРІДНІЙ СМУЗИ З ПРОШАРКОМ ВИПАДКОВОЇ ТОВЩИНИ ЗА РІВНОМІРНОГО РОЗПОДІЛУ

Анастасія Давидок

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАНУ;
Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України,
davydoka@gmail.com

Внутрішня неоднорідна структура середовища суттєво впливає на процеси масоперенесення, тому її вплив необхідно враховувати для адекватного математичного опису процесів. Якщо кількість, розміри або розташування неоднорідностей є невідомими, тоді такі структури, а відповідно і процеси, що у них протікають, потрібно розглядати як випадкові. У даній роботі досліджено дифузію домішкової речовини у тришаровій смузі товщини z_0 . Прийнято, що шар матеріалу основної фази з коефіцієнтом дифузії домішки D_0 містить випадково розташований прошарок з коефіцієнтом дифузії D_1 . Товщина включення \tilde{h} є невідомою і розглядаємо її як випадкову величину з рівномірним розподілом на відрізку $[h_{\min}; h_{\max}]$, де $0 < h_{\min} < h_{\max} < z_0$. Також приймаємо рівномірний розподіл фаз в тілі та сталість коефіцієнтів у межах кожної з фаз.

Рівняння дифузії для потоку отримано з рівняння балансу маси [1]. Вважаємо, що у почасовий момент часу в тілі відсутня домішкова речовина. На границі $z = 0$ задано $J(z, t)|_{z=0} = J^* \equiv const$, а на $z = z_0$ – концентрація частинок дорівнює нулю. Крайову задачу зведено до еквівалентного інтегро-диференціального рівняння, розв'язок якого побудовано у вигляді ряду Неймана. Усереднення випадкового потоку проведено за ансамблем конфігурацій фаз та випадковою товщиною прошарку \tilde{h} за рівномірних розподілів:

$$\left\langle \langle J(z, t) \rangle_{conf} \right\rangle_{\tilde{h}} = J_0(z, t) + \left\langle (D_1 - D_0) \int_0^t \left[\frac{1}{z_0} \int_0^{\tilde{h}} z' G(z, z', t, t') \frac{\partial^2 J_0(z', t')}{\partial z'^2} dz' + \frac{\tilde{h}}{z_0} \int_0^{z_0} G(z, z', t, t') \frac{\partial^2 J_0(z', t')}{\partial z'^2} dz' \right] dt' \right\rangle_{\tilde{h}}.$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

Тут $J_0(z, t)$ – розв’язок однорідної крайової задачі, $G(z, z', t, t')$ – детермінована функція Гріна, кутові дужки позначають процедуру усереднення.

Отримано розрахункові формули для усередненого потоку маси у смузі з стохастично розташованим прошарком випадкової товщини \tilde{h} за нульової та ненульової сталої початкових концентрацій та розроблено програмні модулі. Розрахунки проведено у безрозмірних змінних $\eta = z/z_0$, $\tau = D_0 t / z_0^2$. На рис.1 наведено розподіли усередненого потоку для різних інтервалів ймовірної товщини прошарку $[0,05;0,105]$, $[0,05;0,15]$, $[0,1;0,2]$, $[0,15;0,25]$ (криві 1-4). Криві «а» наведені для $D_1 / D_0 = 0,01$, криві «б» – $D_1 / D_0 = 5$.

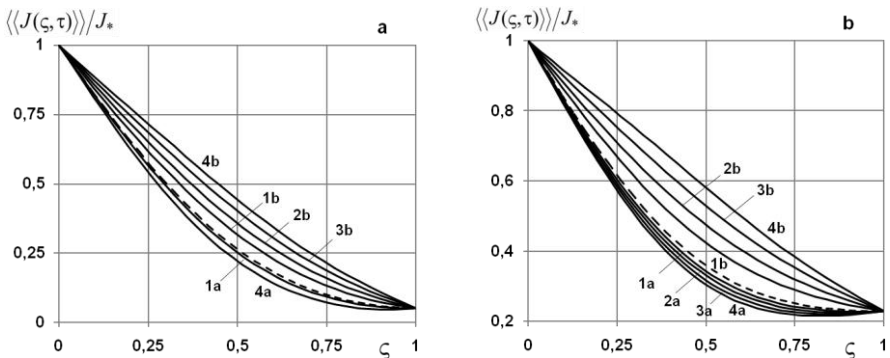


Рис. 1. Розподіли потоків маси за нульової (а) та ненульової сталої (б) початкових концентрацій для різних проміжків $[h_{\min}; h_{\max}]$

Зазначимо, що зміщення інтервалу ймовірної товщини прошарку до z_0 для $D_1 > D_0$ призводить до зростання $\langle\langle J(\zeta, \tau) \rangle\rangle / J_*$ (криві b, рис.1).

1. Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю., Давидок А. Є. Математичне моделювання дифузійних потоків у випадково неоднорідній шаруватій смузі // Доповіді НАН України. – 2012. – № 11. – С. 40–46.

DIFFUSION FLOWS IN A STOCHASTICALLY NONHOMOGENEOUS STRIP WITH A SUBLAYER OF RANDOM THICKNESS AT UNIFORM DISTRIBUTION

The admixture diffusion flow is investigated in a strip with stochastically disposed sublayer of random thickness. A solution of the initial boundary-value problem is obtained in the form of Neumann series, averaging procedures are carried out over both the ensemble of phase configurations and random thickness. Dependence of behavior and values of the averaged diffusion flow on physical and geometrical parameters of sublayer is established.