

## ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВОЇ ПЛИТИ

Світлана Бойко<sup>1</sup>, Ігор Величко<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Таврійський державний агротехнологічний університет,  
<sup>1</sup>lanamelit@mail.ru, <sup>2</sup>wig64@mail.ru

Запропоновано метод розв'язування двовимірної стаціонарної задачі термопружності для багатошарової плити з плоскопаралельними необмеженими шарами. У кожному шарі  $h_i$  вводимо локальну декартову систему координат з початком на верхній межі відповідного шару так, щоб всі осі  $OZ_i$  лежали на одній прямій і були спрямовані вглиб шару. Кожен шар характеризується товщиною, коефіцієнтом теплопровідності  $k_{Ti}$  та температуропровідності  $\alpha_{Ti}$ , коефіцієнтом Пуассона  $\nu_i$  і модулем Юнга  $E_i$ , які повністю характеризують властивості ізотропного матеріалу. На верхній та нижній межах температура та нормальні напруження описуються парними періодичними функціями, а дотичні напруження – непарними. На спільній межі шарів виконується умова неперервності температурного поля і рівності теплових потоків.

Шукані функції в кожному із шарів записано у вигляді тригонометричних рядів Фур'є. Для кожного із шарів вводимо шість допоміжних послідовностей, які однозначно визначають розподіл термопружного поля в шарі та пов'язані з температурою, переміщеннями та напруженнями на верхній межі шару таким чином:

$$T_i(x, 0) = \frac{\eta_{i0}}{2} + \sum \eta_{ik} \cos(\lambda_k x), \quad \frac{\partial T_i}{\partial z}(x, 0) = \frac{k\varepsilon_{i0}}{2} + \sum k\varepsilon_{ik} \cos(\lambda_k x).$$

$$U_i(x, 0) = \sum \gamma_{ik} \sin(\lambda_k x), \quad W_i(x, 0) = \frac{\beta_{i0}}{2} + \sum \beta_{ik} \cos(\lambda_k x),$$

$$\sigma_{zi}(x, 0) = \frac{k\alpha_{i0}}{2} + \sum k\alpha_{ik} \cos(\lambda_k x), \quad \tau_{xzi}(x, 0) = \sum k\delta_{ik} \sin(\lambda_k x).$$

Отримано рекурентні співвідношення для елементів цих послідовностей, які відносяться до сусідніх шарів. З крайових умов на верхній межі плити можна обчислити три допоміжні послідовності першого шару. Для визначення елементів інших трьох допоміжних послідовностей першого шару використовується розроблений авторами метод послідовностей <http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2015>

## **Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015», 26–28 травня 2015 р., Львів**

податливості. Аналогічний метод для розв'язування періодичних задач теорії пружності розглянуто в роботах [1, 2]. Для неперіодичних задач термопружності метод функцій податливості застосовували в праці [3].

Якщо крайові умови на верхній та нижній межах плити описуються скінченими тригонометричними поліномами, то запропонований алгоритм дає точний розв'язок для будь-якої скінченної кількості шарів. До переваг запропонованого методу можна віднести повільне зростання об'єму обчислень при зростанні кількості шарів.

За результатами теоретичних результатів створено програму та проведено числові експерименти для тришарової плити. Сформульовано висновки, які стосуються виявлених термопружних ефектів.

1. *Величко О. В.* Плоска деформація пружної багатшарової плити під дією періодичної системи навантажень // Вісник Дніпропетровського університету. Серія «Механіка». – 2004. – № 6. – Вип. 8. – Т. 1. – С. 162–170.
2. *Величко І. Г.* Просторова термопружна деформація багатшарової основи // Вісник Дніпропетровського ун-ту. Механіка. – 2004. – Вип. 8. – Т. 1, № 6. – С. 154–161.
3. *Ткаченко І. Г.* Двовірна мішана задача термопружності для багатшарової основи // Прикладні пробл. механіки та математики. – 2005. – Вип. 3. – С. 70–78.

### **METHODS FOR SOLVING THERMOELASTICITY PROBLEM FOR MULTILAYER CONSTRUCTION**

*The method of two-dimensional stationary task of thermoelasticity solving for multilayer boards is proposed. The method of further compliance is used for solving. The algorithm for solving the task is formulated. The program of theoretical results is created. The numerical experiments for a three-layer plate are realized. The results of thermoelastic effects research are exposed.*