

ПРО ОДИН НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ЦИЛІНДРА ЗІ ЗМІННОЮ В ЧАСІ ТЕПЛОВІДДАЧЕЮ

Богдан Бобик, Олесь Яцків

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України, bodiagajata@gmail.com

За теплообміну тіл з довкіллям визначальний вплив на розподіл температури в них, а опосередковано і на напружено-деформований стан, мають величини коефіцієнтів теплообміну. Існують експериментально-теоретичні підтвердження їх залежності від часу [1]. Ця залежність може бути зумовлена зміною температури тіла, перебігом фізичних і хімічних процесів у приповерхневих шарах, зокрема, утворенням окалини чи оксидних плівок, мікророзтріскуванням поверхні, заповненням газом або рідиною поверхневих мікропор і мікронерівностей, забрудненням поверхні та ін. Для розв'язання задач теплопровідності в тілах зі змінним коефіцієнтом тепловіддачі було запропоновано багато методів. Широкий огляд цих методів зроблено в праці [2].

Тут для довгого суцільного циліндра зі змінним коефіцієнтом тепловіддачі, який нагрівається довкіллям [2], пропонується наближений метод, який базується на спеціальній структурі розв'язку задачі зі зведенням її до інтегрального рівняння Вольтерри другого роду на температуру поверхні. В праці [2] запропоновано апроксимувати його розв'язок кубічними сплайнами. У цій роботі запропоновано використати операційне числення й наближення для інтегралу типу згортки і отримати для поверхневої безрозмірної температури відносно простий вираз

$$\Phi(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\gamma_k^2 \tau} \left(\left(\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\gamma_k^2 \tau} - \frac{4}{\gamma_k^2} \right) + \frac{B(\tau)}{2} + 1 \right)^{-1}, \quad (1)$$

де $B(\tau)$ – змінний коефіцієнт тепловіддачі з поверхні циліндра, γ_k – нулі функції Бесселя $J_0(x)$.

Після того, як на основі (1) обчислено $\Phi(\tau)$, безрозмірну температуру всередині циліндра визначаємо через розвинення в ряди:

$$T(r, \tau) = \frac{1}{B(\tau)} \Phi(\tau) \left[r^2 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k} \left(1 - \frac{4}{\gamma_k^2} \right) \frac{J_0(\gamma_k r)}{J_1(\gamma_k)} \right] + \\ + \frac{2}{B(\tau)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k} \frac{J_0(\gamma_k r)}{J_1(\gamma_k)} e^{-\gamma_k^2 \tau} + \frac{2}{B(\tau)} \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \int_0^{\tau} \Phi(\tau) e^{-\gamma_k^2(\tau-t)} dt \frac{J_0(\gamma_k r)}{J_1(\gamma_k)}. \quad (2)$$

Похибка обчислення температури поверхні циліндра за наближеним виразом (1), порівняно з обчисленою як розв'язок інтегрального рівняння за допомогою сплайн-апроксимацій, згідно використаного в [2] алгоритму, наведена в таблиці для різних законів зміни $B(\tau)$.

Таблиця 1. Похибка обчислення температури поверхні за виразом (1)

Змінний в часі параметр тепловіддачі	Середня похибка обчислення температури поверхні, %
$B(\tau) = 4 + \tau$	16,4
$B(\tau) = 2 + \tau$	18,7
$B(\tau) = 5 - e^{-5\tau}$	25,5
$B(\tau) = 3 - e^{-5\tau}$	23,6

Тепловіддача $B(\tau)$ входить в (1) у явному вигляді, тому, якщо відомі значення температури поверхні циліндра, цей вираз можна використовувати для знаходження початкового наближення невідомого змінного в часі параметра в задачах параметричної ідентифікації [3].

1. *Hung Thanh Nguyen, Frank Melandsø, Stefan Jacobsen.* Time dependent surface heat transfer in light weight aggregate cement based materials // Engineering. – 2010. – 2, No. 5. – P. 307–317.
2. *Яуків О. І., Швець Р. М., Бобик Б. Я.* Термонапружений стан циліндра з тонким приповерхневим шаром, теплофізичні параметри якого змінюються в часі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – 54, № 4. – С.90-105.
3. *Швець Р. М., Яуків О. І., Бобик Б. Я.* Ідентифікація межових теплофізичних параметрів циліндра за нестационарних умов теплообміну з довкіллям // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2010. – Вип. 12. – С. 198–207.

**ABOUT ONE APPROXIMATE SOLUTION TO THE HEAT CONDUCTION
PROBLEM FOR CYLINDER
WITH TIME-DEPENDENT HEAT TRANSFER PARAMETER**

An approximate solution to the heat conduction problem for cylinder with time-dependent heat transfer parameter is proposed. Special solution structure is constructed and approximation of the convolution integral is performed.