Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів

УДК 539.3

ОСЕСИМЕТРИЧНИЙ СКРУТ ДВОШАРОВОЇ ПЛИТИ З ПРУЖНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ МІЖ ШАРАМИ

Ніна Антоненко

Запорізький національний технічний університет, antonenkonina@i.ua

Розглядається двошарова плита, яка складається з двох пружних невагомих шарів. Матеріал кожного шару характеризуємо товщиною h_i та модулем зсуву μ_i $(i=1,2)$. До верхньої та нижньої меж плити прикладене навантаження, яке викликає осесиметричний скрут. Будемо вважати, що між шарами є пружні зв'язки: різниці переміщень u_φ точок верхньої межі нижнього шару та нижньої межі верхнього шару пропорційні напруженням $\tau_{\varphi z}$ у відповідних точках їх спільної межі. В кожному шарі введемо локальну циліндричну систему координат $O_i \rho_i z_i$ $(i=1,2)$ (рис. 1).

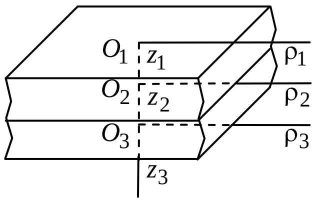

Рис. 1. Двошарова плита

Межові умови:

$$\sigma_{z1}(\rho,0)=0,\ \tau_{\phi z1}(\rho,0)=g_1(\rho),\ \sigma_{z2}(\rho,h_2)=0,\ \tau_{\varphi z2}(\rho,h_2)=g_2(\rho). \quad (1)$$

Умови сумісної деформації шарів:

$$u_{\varphi 2}(\rho,0)=u_{\varphi 1}(\rho,h_1)+m\tau_{\varphi z1}(\rho,h_1),\ \tau_{\varphi z2}(\rho,0)=\tau_{\varphi z1}(\rho,h_1), \quad (2)$$

де $m\geq 0$ – коефіцієнт пружного зв'язку.

Необхідно знайти напруження та переміщення в шарах плити.

Задача розв'язується за допомогою інтегрального перетворення Ханкеля першого порядку: $\overline{f}(p)=\int\limits_0^\infty \rho\, f(\rho) J_1(p\rho)\,d\rho$, $f(\rho)=\int\limits_0^\infty p\overline{f}(p) J_1(p\rho)\,dp$.

У просторі трансформант Ханкеля компоненти напружено-деформованого стану окремого шару можна представити у вигляді лінійних комбінацій допоміжних функцій $\gamma = \mu \bar{u}_\varphi(p,0)$ та $\delta = \bar{\tau}_{\varphi z}(p,0)/p$ [1]:

$$\bar{u}_\varphi(p,z) = (\gamma\, chpz + \delta\, shpz)/\mu,\ \bar{\tau}_{\varphi z}(p,z) = p(\gamma\, shpz + \delta\, chpz). \qquad (3).$$

Уведемо фіктивний третій шар і запишемо межові умови та умови сумісної деформації шарів у просторі трансформант:

$$\delta_1 = \bar{g}_1(p)/p,\ \delta_3 = \bar{\tau}_{\varphi z 2}(p,h_2)/p, \qquad (4)$$

$$\gamma_2 = \mu_2 \bar{u}_{\varphi 1}(p,h_1) + \mu_2 m \bar{\tau}_{\varphi z 1}(p,h_1),\ \delta_2 = \bar{\tau}_{\varphi z 1}(p,h_1)/p, \qquad (5)$$

де $\delta_3 = \bar{g}_2(p)/p$.

Застосуємо до правих частин співвідношень (4) та (5) формули (3). Допоміжні функції γ_i $(i = 1,2)$ можна подати у вигляді лінійних комбінацій функцій δ_i та δ_3:

$$\gamma_2 = -A_2\delta_2 + B_2\delta_3,\ \gamma_1 = -A_1\delta_1 + B_1\delta_3, \qquad (6)$$

де $A_2 = C_2/S_2$, $B_2 = 1/S_2$, $A_1 = (T_1 + \mu_1 m\, p + \Delta_1 A_2)/(1 + \mu_1 m\, pT_1 + \Delta_1 A_2 T_2)$, $B_1 = \Delta_1 B_2 / C_1 (1 + \mu_1 m\, pT_1 + \Delta_1 A_2 T_2)$, $\Delta_1 = \mu_1/\mu_2$, $T_1 = thp_1$.

Функції A_i, B_i називатимемо функціями податливості i-го шару плити. При $B_i = 0$ отримані формули співпадають із отриманими в [1] для функцій податливості багатошарової основи.

Із межових умов знаходимо δ_1 та δ_3. Із співвідношень (6) та останнього із співвідношень (5) знаходимо γ_1, γ_2, δ_2 та підставляємо їх у вирази для трансформант напружень і переміщень (3). Застосовуємо до трансформант обернене перетворення Ханкеля та отримуємо шукані компоненти НДС.

Запропонований алгоритм планується узагальнити на випадок багатошарової плити з пружними зв’язками між шарами.

1. *Антоненко Н. Н., Величко И. Г.* Задача о кручении многослойного основания с упругими связями между слоями // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2014. – №1. – С. 127–132.

AXISYMMETRIC TORSION OF A TWO-LAYER PLATE WITH ELASTIC CONNECTIONS BETWEEN LAYERS

Axisymmetric torsion of a two-layer plate with elastic connections between layers is considered. The Hankel transformantion is used. The method is based on the compliance functions method.