**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

УДК 517.956.3

INVERSE PROBLEM IN TUMOR GROWTH MODELING

Ruslan Andrusyak

Ivan Franko National University of Lviv, ru.andrusyak@gmail.com

Consider a simple model of leukemia cancer cell maturation and the effects of a chemotherapy regimen as a control mechanism. We assume that malignant cells undergo a maturation process measured by a physiological variable x, which is normalized so that $0 \le x \le 1$. At x=0 cells are created from parent cells that divide into two at maturity, which is x=1. Let u=$u(x,t)$ denote the density of cells at maturation stage x at time t. We assume a constant rate a of cell maturation, and take the therapy-induced death term to be of the form $m(t)u$, with the death rate m=$m(t)$ that varies with chemotherapeutic drug concentration c=$c(t)$ as follows:

$$m(t) = \frac{\alpha c(t)}{\beta + c(t)}.$$

Assume in addition that the competition term has the form $p\left(\int_0^1 u(x,t)dx\right)u$, with the tumor proliferation rate $p(\cdot)$ decreasing due to the competition for the nutrients as the total cellular population $\int_0^1 u(x,t)dx$ increases.

Thus the growth of tumors can be modeled by the initial boundary value problem

$$u_t + au_x = -m(t)u + p\left(\int_0^1 u(x,t)dx\right)u + f(t), \quad 0 < x < 1, t > 0, \tag{1}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

$$u(0,t) = 2u(1,t), \quad t \ge 0. \tag{3}$$

The aim is to find the density u=$u(x,t)$ of cells and the unknown therapy-induced death rate m=$m(t)$ using equations (1)-(3) and an additional relation

$$\int_0^1 u(x,t)dx = n(t). \tag{4}$$

In other words, the aim is to find the drug concentration $c=c(t)$ via the death rate $m=m(t)$ in order to guarantee the given dynamics $n=n(t)$ toward the eradication of the disease.

Applying the method of characteristics and the Banach fixed-point theorem, it can be proved that there is a unique solution to the inverse problem (1)-(4).

1. *J. David Logan*. An introduction to nonlinear partial differential equations. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2008. – 397 p.

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА В МОДЕЛЮВАННІ ПУХЛИННОГО РОСТУ

Розглянуто математичну модель, що описує ріст ракової пухлини. Сформульовано обернену задачу ідентифікації невідомого коефіцієнта в рівнянні, що визначається концентрацією хіміотерапевтичних ліків, використовуючи додаткове інтегральне співвідношення, що описує динаміку пригнічення пухлини. Застосовуючи метод характеристик і теорему Банаха про нерухому точку, доведено існування єдиного розв'язку оберненої задачі.