**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

УДК 517.524

ПРО ЗБІЖНІСТЬ НЕПЕРЕРВНОГО j – ДРОБУ

Возна С. М.

Національний університет "Львівська політехніка", svitlanavozna@gmail.com

Встановлено зв'язок неперервного j – дробу з приєднаним неперервним дробом, до якого приводить задача інтерполяції, а також досліджено збіжність такого дробу з частинними ланками $\frac{-c_n^2}{ib_n + z}$.

Між функціональними неперервними дробами існує певний зв'язок. Так, за допомогою еквівалентних перетворень, приєднаний неперервний дріб можна звести до неперервного j – дробу.

Неперервний дріб вигляду

$$\frac{1}{d_1 + z} \dashv \frac{c_1^2}{d_2 + z} \dashv \frac{c_2^2}{d_3 + z} \dashv \frac{c_3^2}{d_4 + z} \dashv \dots, c_n \neq 0, n \geq 1, \quad (1)$$

де d_n, c_n, $n \geq 1$ – комплексні сталі, $z \in C$, називається j – дробом.

Огляд результатів досліджень збіжності таких дробів наведено в монографіях Джоунса У., Трона В. та Уолла. Збіжність додатньо-визначеного j – дробу (1) при $d_n = ib_n, b_n \geq 0$, $n \geq 1$ в області

$$H_{b,k,\delta} = \left\{ z : |b - iz| > \frac{k}{\cos(\arg(b - iz))}, |\arg(b - iz)| < \frac{\pi}{2(1+\delta)} \right\},$$

де $b = \inf b_n$, $b_n \geq 0$, $n \geq 1$, k – деяка додатня стала, $0 < \delta < 1$, при $(\operatorname{Im} c_n)^2 \leq (1-\delta) k^2 g_{n-1}(1 - g_n)$, $n \geq 1$, де $\{g_n\}$ – послідовність дійсних чисел таких, що $g_0 \geq 0$, $0 \leq g_n \leq 1 - \delta$, $n \geq 1$ досліджено в роботі [1].

Доведено наступну ознаку збіжності для j – дробу (1).

Теорема. *Нехай для елементів неперервного j – дробу (1) виконуються такі умови:*

1) $d_n = ib_n, b_n \geq 0$, $n \geq 1$.

2) c_n – ненульові комплексні сталі, які задовольняють нерівності

$$(\operatorname{Im} c_n)^2 \leq k^2 g_{n-1}(1 - g_n), \; n \geq 1,$$

де k *– деяка додатня стала, а* $\{g_n\}$ *– послідовність дійсних чисел таких, що* $0 < \varepsilon < g_n \le 1-\varepsilon$, $n \ge 0$, $0 < \varepsilon < 1/2$.

Тоді

1) *послідовність парних і непарних підхідних дробів неперервного* j *– дробу (1) збігаються в області*

$$H_{b,k} = \left\{ z : |b - iz| > \frac{k}{\cos(\arg(b - iz))}, |\arg(b - iz)| < \frac{\pi}{2} \right\},$$

де $b = \inf\limits_n b_n$, *причому збіжність буде рівномірною на кожній компактній підмножині області* $H_{b,k}$;

2) *неперервний* j *– дріб (1) збігається до функції, голоморфної в* $H_{b,k}$, *тоді і лише тоді, коли хоча б один із рядів*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{c_1 c_2 \ldots c_{2n-1}}{c_2 c_4 \ldots c_{2n}} \right|^2 \sqrt{1 + b_{2n+1} + b_{2n+1}^2}, \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{c_2 c_4 \ldots c_{2n}}{c_3 c_5 \ldots c_{2n+1}} \right|^2 \sqrt{1 + b_{2n+2} + b_{2n+2}^2}$$

розбіжний;

3) *неперервний* j *– дріб (1) збігається до функції, голоморфної в* $H_{b,k}$, *якщо існує стала* $C > 0$ *така, що*

$$|c_n| \le C, \ n \ge 1.$$

1. *Дмитришин Р. І.* Про деякі області збіжності багатовимірного j – дробу // Мат. методи та фіз .мех. поля. – 2003. – 46, № 4. С. 12-16.

ON THE CONVERGENCE OF THE CONTINUED j – FRACTION

The connection between a continued j *– fraction and an associated continued fraction obtained from some interpolation problem has been show. For the continued* j *– fraction with the partial quotients of the type* $\dfrac{-c_n^2}{ib_n + z}$ *the convergence has been investigated.*