

## СПІНОРНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ МАКСВЕЛЛА ПЕРШОГО ПОРЯДКУ ДЛЯ ІЗОТРОПНОГО ПОЛЯ У МЕТРИЦІ КЕРРА

Тайстра Ю. В.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України, ythelloworld@gmail.com

Розглядаємо систему рівнянь Максвелла першого порядку у рімановому просторі в спінорному зображенні. Згідно із загальною теорією відносності цими рівняннями описується поширення електромагнітного (е/м) поля поблизу зір, чорних дір, у космологічних моделях, тощо.

Оскільки кожне рівняння містить всі невідомі функції та їх похідні, підхід до побудови розв'язків полягає у розщепленні системи рівнянь на першому кроці, а далі – у побудові розв'язків в конкретних метриках та зручних системах координат з використанням відомих методів побудови розв'язків.

Зв'язану систему рівнянь першого порядку

$$\begin{cases} D\phi_1 + \bar{\delta}\phi_2 - \kappa\phi_0 - 2\rho\phi_1 - (2\alpha - \pi)\phi_2 = 0, \\ D\phi_0 + \bar{\delta}\phi_1 + (2\varepsilon - \rho)\phi_0 + 2\pi\phi_1 + \lambda\phi_2 = 0, \\ \delta\phi_1 + \Delta\phi_2 - \sigma\phi_0 - 2\tau\phi_1 - (2\gamma - \mu)\phi_2 = 0, \\ \delta\phi_0 + \Delta\phi_1 + (2\beta - \tau)\phi_0 + 2\mu\phi_1 + \nu\phi_2 = 0; \end{cases} \quad (1)$$

розглядаємо за умови ізотропності е/м поля

$$\phi_1 = \phi_2 = 0. \quad (2)$$

Отримуємо розщеплену систему двох диференціальних рівнянь для однієї невідомої комплексної функції [1].

Умова (2) виділяє поле електромагнітної хвилі, та вимагає, щоб простір належав до типу  $D$  за Петровим, що означає існування геодезійної та безсувної конгруенції ( $\kappa = \sigma = 0$ ).

Рівняння е/м поля у викривленому просторі досліджувалися багатьма авторами – Когеном, Кегелесом, Стюартом, Тюкольським, Чандрасекаром, Калнінсом зі співавторами та іншими. Основні підходи полягають у поданні рівнянь через спінор е/м поля [2], потенціали Герца [3, 4] та вектор-потенціал [5, 6, 7]. Особливістю цих робіт є побудова розв'язків для рівнянь із частинними похідними другого порядку. Ми розглянули рівняння першого

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,  
28–30 травня 2014 р., Львів**

порядку з умовою ізотропності та побудували розв'язки у просторах Мінковського, Шварцшильда та Керра.

1. *Stewart J.* Advanced general relativity. – CUP, 1991. – 234 p.
2. *Чандрасекар С.* Математическая теория черных дыр. В 2-х частях. Часть 1, 2. Пер. с англ. – М.: Мир, 1986.
3. *Cohen J. M., Kegeles L. S.* Electromagnetic field in curved spacetimes: a constructive procedure // *Phys. Rev. D.* – 1974. – **10.** – P. 1070-1084.
4. *Stewart J.* Herz-Bromwich-Debye-Whittaker-Penrose Potentials in GR // *Proc. R. Soc. Lond. A.* – 1979. – **367.** – P. 527-538.
5. *Пелух В. О., Таїстра Ю. В.* Побудова спінорного підходу до розщеплення системи рівнянь Максвелла у рімановому просторі // *Фіз. Зб. НТШ.* – 2011. – **8.** - С. 128-133.
6. *Taistra Y. V.* New approach to decoupling Maxwell equations in curved spacetime // *WDS 2013 Proceedings of contributed papers, part III.* - 2013. - P. 29-32
7. *Kalnins E. G., Miller W., Williams G. C.* Electromagnetic waves in Kerr geometry // *Proc. R. Soc. Lond. A.* – 1986. – 408. – P. 23-30.

**SPINOR APPROACH FOR OBTAINING SOLUTIONS OF FIRST ORDER  
MAXWELL EQUATIONS FOR NULL FIELD IN KERR METRIC**

*First order system of Maxwell equation (1) for null Maxwell spinor (2), which implies system decoupling, is considered. Solutions of first order partial differential equations in Minkowski, Schwarzschild and Kerr space-times are obtained.*