**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

УДК 539.3

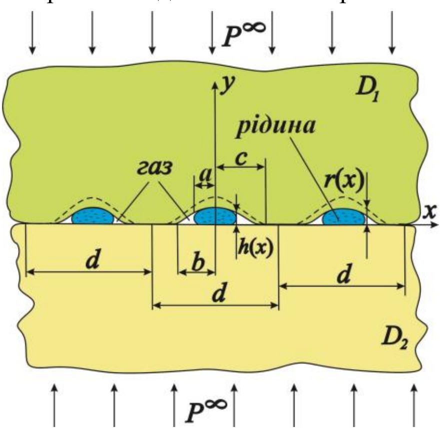
ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ ПРУЖНИХ ТІЛ З СИСТЕМОЮ ПЕРІОДИЧНИХ ВИЇМОК, ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНИХ РІДИНОЮ, ЩО НЕ ЗМОЧУЄ ЇХ ПОВЕРХНІ

Козачок О. П., Слободян Б. С., Чумак К. А.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, labmtd@iapmm.lviv.ua

Розглянемо взаємодію двох пружних ізотропних півнескінченних тіл D_1 і D_2 із різних матеріалів за умов плоскої деформації. Межа одного з тіл прямолінійна, а іншого – має нерівності у вигляді періодичної системи плитких пологих виїмок однакової форми завдовжки $2c$ кожна, розташованих з періодом d вздовж всієї межі. В основній смузі періодів $-d/2 \le x \le d/2$ форма виїмки задається парною неперервно-диференційованою функцією $r(x) = A\left(1 - tg^2 \dfrac{\pi x}{d} / tg^2 \dfrac{\pi c}{d}\right)^{3/2}$, $r(x) << c$. Такі виїмки в їх крайніх точках плавно переходять в пряму ($r(\pm c) = 0$, $r'(\pm c) = 0$).

Тіла вступають у контакт під дією рівномірно розподілених на нескінченності стискальних навантажень P^∞. Внаслідок нерівності однієї межі їх контакт є неповним і між ними виникають міжповерхневі зазори (рис.). У центрі зазорів знаходяться міжповерхневі містки з нестисливою незмочувальною рідиною, а на краях – газ під сталим тиском ($P_1 = const$). Об'єм нестисливої рідини V_0, що припадає на одиницю довжини зазору у поздовжньому напрямі, є сталою величиною ($V_0 = const$). Перепад тисків у рідині і газі описується формулою Лапласа $P_2 - P_1 = 2\sigma / h(a)$, де σ – поверхневий натяг рідини, $h(a)$ – висота зазору на межі рідини і газу. Вважається, що тіла контактують без тертя.



Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів [1], задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння (СІР) з ядром Гільберта відносно функції $h'(x)$, яке після заміни змінних $\xi = tg\,{\pi x}/{d}$, $\eta = tg\,{\pi t}/{d}$, $\alpha = tg\,{\pi a}/{d}$, $\beta = tg\,{\pi b}/{d}$, $\gamma = tg\,{\pi c}/{d}$ переходить в СІР з ядром Коші:

$$\frac{2}{\pi}\int_{-\beta}^{\beta}\frac{h'(\eta)}{\eta-\xi}d\eta = \frac{1}{1+\xi^2}\frac{Kd}{\pi}\left(P^{\infty}-P(\xi)\right)+\frac{6A}{\gamma}\left(\frac{\xi^2}{\gamma^2}-\frac{1}{2}\right),\ |\xi|\le\beta,$$

де $P(\xi)=\begin{cases}P_1+2\sigma/h(\alpha), & \xi\in(-\alpha,\alpha),\\ P_1, & \xi\in(-\beta,-\alpha)\cup(\alpha,\beta),\end{cases}$

$K=(1+\kappa_1)/2G_1+(1+\kappa_2)/2G_2$; $\kappa_n = 3-4\nu_n$; G_n, ν_n – модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла D_n ($n=1,2$).

Внаслідок гладкості виїмок береги зазорів плавно змикаються. Тому похідна від висоти зазору в точках змикання повинна задовольняти умову $h'(-\beta)=h'(\beta)=0$, яка забезпечує обмеженість контактних напружень.

З умови збереження кількості рідини в зазорах з урахуванням її нестисливості та з умови існування обмеженого розв’язку СІР отримано систему двох трансцендентних рівнянь для визначення довжини зазору та довжини ділянки дії рідини. Запропоновано аналітично-числову процедуру розв’язання цієї системи рівнянь і СІР та досліджено залежності довжини зазору, довжини ділянки дії рідини, висоти зазору та контактного тиску від прикладеного навантаження, об’єму рідини і її поверхневого натягу.

Робота виконана за часткової підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень (проект Ф54.1/042).

1. *Мартиняк Р. М.* Контакт півпростору з нерівною основою при заповненому ідеальним газом міжконтактному зазорі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41,** № 4. – С. 144-149.

INTERACTION BETWEEN TWO ELASTIC BODIES WITH AN ARRAY SYSTEM OF PERIODIC GROOVES PARTIALLY FILLED WITH A NONWETTING LIQUID

The model of contact interaction between two elastic solids in the presence of a gas and a nonwetting liquid inside interface gaps is proposed. The difference between a gas pressure and a liquid pressure is described by the Laplace formula. The non-linear problem of elasticity is reduced to a singular integral equation with Hilbert kernel for a height of the gaps. For calculating a length of the gaps and a length of a zone of gas action, two transcendent equations are obtained.