Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів

УДК 539.3

ВПЛИВ ФОРМИ ШТАМПА НА РОЗПОДІЛ ФУНКЦІЇ ПОТЕНЦІАЛЬНОЇ ЕНЕРГІЇ ФОРМОЗМІНИ В ПЛИТІ

Штефан Т. О.

Запорізький національний технічний університет, tayana2000@rambler.ru

При аналізі міцності інженерних конструкцій та житлових споруд, при проектуванні та будівництві авто та залізничних шляхів як один із основних інструментів для теоретичних розрахунків застосовується теорія пружності [1]. Сутністю енергетичної гіпотези міцності є твердження про те, що руйнування структури відбувається в тих місцях конструкції, де потенціальна енергія формозміни перевищує критичне значення [2]. Наведене у доповіді дослідження спрямоване на пошук найбільш небезпечних у сенсі міцності областей плити, що деформується штампом.

Розглянемо прямокутний паралелепіпед нескінченної довжини, вісь якого паралельна осі Oz, в умовах плоскої деформації. У перерізі $z = const$, природно маємо плоску задачу про згин смуги. У системі безрозмірних координат смуга займає область $0 \le x \le \pi$, $0 \le y \le h$. Початок координат знаходиться на верхній межі області, а вісь Oy направлено вниз. На верхню межу смуги тисне гладкий абсолютно жорсткий штамп, який переміщується вертикально і контактує з поверхнею смуги на всьому відрізку $x \in [0, \pi]$.

Відповідні крайові умови мають вигляд:

$$u(x,0) = 0\,,\ v(x,0) = f(x)\,,\ \tau_{xy}(x,h) = 0\,,\ \sigma_y(x,h) = 0\,,\ v(0,y) = v(h,y) = 0\,. \quad (1)$$

Тут $y = f(x)$ – рівняння лінії, яку описує нижня межа штампу в кінцевому положенні.

Застосувавши розвинення компонент вектора переміщень та тензора напружень в тригонометричні ряди [3] таким чином, щоб задовольнити умови (1), розв’яжемо систему рівнянь Ляме методом відокремлення гармонік. У результаті отримаємо аналітичні вирази для компонент тензора напружень і вектора переміщень у смузі, які застосуємо для знаходження критичних (у сенсі міцності) ділянок розглянутої конструкції.

Умова міцності згідно з четвертою гіпотезою міцності у випадку плоскої деформації $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0,\ \ \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ записується наступним чином [2]:

$$F(x,y)=\sqrt{\left[(1+\nu)(\sigma_x+\sigma_y)\right]^2-3\left(\sigma_x\sigma_y+\nu(\sigma_x+\sigma_y)^2-\tau_{xy}^2\right)}.$$

Будемо вважати, що рівняння підошви штампу в кінцевому положенні описується функцією $f_m(x)=\alpha\cdot\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2m}\left(x(\pi-x)\right)^m$. Коефіцієнт Пуассона приймемо рівним 0.25, а ширину плити рівною одиниці. При чисельному розв'язку утримувалися дев'ять перших гармонік. Було знайдено (з точністю до 0,001) глобальний максимум функції $F(x,y)$ при заданих параметрах:

1) при $m=0,5$ максимум $F_{\max}=3,142$ в точці $x=0$, $y=0,08$;
2) при $m=1$ максимум $F_{\max}=1,214$ в точці $x=0$, $y=0,1$;
3) при $m=2$ максимум $F_{\max}=0,992$ в точці $x=0,23\pi$, $y=0,16$;
4) при $m=4$ максимум $F_{\max}=1,309$ в точці $x=0,3\pi$, $y=0,16$.

З чисельного аналізу випливає, що форма штампу істотно впливає на розподіл функції потенціальної енергії формозміни в плиті: при варіюванні параметра m глобальний максимум змінює своє положення, крім того спостерігається поява локальних максимумів біля верхньої границі плити.

Оскільки метод тригонометричних рядів можна застосовувати для випадку багатошарових плит [3], отримані результати також можна узагальнити на цей випадок.

1. *Гузь А. Н.* О построении нелинейной теории малых деформаций в механике деформируемых тел // Вестник ЧГПУ, с.: Механика предельного состояния. – 2010. – № 8. – С. 79-86.
2. *Власов В. З., Леонтьев Н. Н.* Балки, плиты и оболочки на упругом основании. – Москва: ГИФМЛ, 1960. – 491 с.
3. *Величко О. В*. Плоска періодична контактна задача для багатошарової основи // Вісник Дніпропетровського університету. Сер. Механіка. – 2005. – № 10. – Вип. 9, Т. 1. – С. 118-124.

INFLUENCE OF THE PUNCH FORM ON THE DISTRIBUTION OF FUNCTION OF POTENTIAL SHAPE-VARIATION ENERGY IN A PLATE

A plane problem on bending of a strip under the action of flat rigid punch is considered. An analytical solution to the problem is constructed. The influence of the shape of punch on the location of the possible plastic zones occurrence with the potential energy function, which is used in the fourth (energy) strength hypothesis, is analyzed.