Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів

УДК 512.546

ПРО А-ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ НАБОРІВ ТИХОНОВСЬКИХ ПРОСТОРІВ

Пирч Н. М.
Українська академія друкарства, pnazar@ukr.net

Для тихоновського простору X позначимо через $A(X)$ вільну абелеву топологічну групу простору X у сенсі Маркова [2]. Для підпростору $Y \subseteq X$ позначимо через $G(Y,X)$ підгрупу в $A(X)$, породжену множиною твірних Y. Нехай $\{X_i : i \in I\}$ − сім'я підпросторів тихоновського простору X, $\{Y_i : i \in I\}$ − сім'я підпросторів тихоновського простору Y. Скажемо, що сім'я $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right)$ є А-еквівалентною до сім'ї $\left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$, якщо існує топологічний ізоморфізм $h : A(X) \to A(Y)$, такий, що $h\big(G(X, X_i)\big) = G(Y, Y_i)$ для всіх $i \in I$ (будемо це позначати наступним чином $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$).

Теорема 1. *Нехай* $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$. *Тоді*

$$\left(X, \{\overline{X_i} : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, \{\overline{Y_i} : i \in I\}\right).$$

Теорема 2. *Нехай* $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$, *а простір* Z *є такий, що виконано принаймні одну з двох умов*

1) *простір* Z *є локально компактним*
2) *простір* $(X \oplus Y) \times Z$ *є k-простором.*

Тоді $\left(X \times Z, \{X_i \times Z : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y \times Z, \{Y_i \times Z : i \in I\}\right)$.

Теорема 3. *Нехай* $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$, *а простір* $(X \oplus Y)^n$ *є k-простором. Тоді* $\left(X^n, \{X_i^n : i \in I\}\right) \overset{A}{\sim} \left(Y^n, \{Y_i^n : i \in I\}\right)$.

Теорема 4. *Нехай* $X_1 \supseteq X_2 \supseteq \ldots \supseteq X_n$, $Y_1 \supseteq Y_2 \supseteq \ldots \supseteq Y_n$ − *послідовності тихоновських просторів, такі, що* X_{i+1} *є ретрактом в* X_i,

Y_{i+1} *є ретрактом в* Y_i *для всіх* $i = 1,..,n-1$. *Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1) $\left(X_1, X_2, ..., X_n\right) \overset{A}{\sim} \left(Y_1, Y_2, ..., Y_n\right)$;

2) $X_n \overset{A}{\sim} Y_n$, $X_{i+1} / X_i \overset{A}{\sim} Y_{i+1} / Y_i$ *для всіх* $i = 1,..,n-1$.

Теорема 5. *Нехай* X *та* Y *− зліченні компактні простори,* $X_1, X_2 \subseteq X$ *,* $Y_1, Y_2 \subseteq Y$ *− їхні замкнені підпростори. Тоді наступні умови є еквівалентними*

1) $\left(X, X_1, X_2\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, Y_1, Y_2\right)$;

2) $X_1 \cap X_2 \overset{A}{\sim} Y_1 \cap Y_2$, $X_1 / \left(X_1 \cap X_2\right) \overset{A}{\sim} Y_1 / \left(Y_1 \cap Y_2\right)$,

$X_2 / \left(X_1 \cap X_2\right) \overset{A}{\sim} Y_2 / \left(Y_1 \cap Y_2\right)$, $X / \left(X_1 \cup X_2\right) \overset{A}{\sim} Y / \left(Y_1 \cup Y_2\right)$.

Зважаючи на те, що у роботі [1] було наведено повну ізоморфну класифікацію вільних абелевих топологічних груп зліченних компактних просторів, теорема 5 подає повну класифікацію трійок зліченних компактних просторів.

Теорема 6. *Нехай* $X_1, X_2, ..., X_n$ *− сім'я диз'юнктних підпросторів простору* X *, що є абсолютними ретрактами,* $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ *− сім'я диз'юнктних підпросторів простору* Y *, що є абсолютними ретрактами. Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1) $\left(X, X_1, X_2, ..., X_n\right) \overset{A}{\sim} \left(Y, Y_1, Y_2, ..., Y_n\right)$;

2) $X_i \overset{A}{\sim} Y_i$ *для всіх* $i = 1,..,n$. *та,* $X / \left\{X_1, X_2, ..., X_n\right\} \overset{A}{\sim} Y / \left\{Y_1, Y_2, ..., Y_n\right\}$.

1. *Граев М. И.* Свободные топологические группы // Известия АН СССР Сер. мат. − 1948. − Т. 12, № 3, − С. 279-324.
2. *Arhangel'ski A., Tkachenko M.* Topological Groups and Related Structures. – Amsterdam-Paris: Atlantis Press, 2008. − 781 p.

ON A-EQUIVALENCE OF THE BOUNDLES OF THE TYCHONOFF SPACES

We introduce and investigate the notion of the A-equivalence of the boundles of the Tychonoff spaces.