**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

УДК 539.3

# ОСЬОВИЙ РОЗТЯГ ЗА МЕЖЕЮ ПРУЖНОСТІ ЕЛІПТИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ

**Піголь О. В., Сторожук Є. А.**

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, stevan@ukr.net

Тонку циліндричну оболонку еліптичного поперечного перерізу, яка послаблена круговим отвором радіуса $r_0$, віднесемо до криволінійної ортогональної системи координат $(s, t, \gamma)$, де $s$, $t$ і $\gamma$ – довжини твірної, дуги напрямної і нормалі до серединної поверхні оболонки. Вважаємо, що оболонка виготовлена з однорідного ізотропного матеріалу і знаходиться під дією осьових розтягувальних зусиль. При значних рівнях діючого навантаження в оболонці біля отвору виникають зони пластичних деформацій.

Рівняння поперечного перерізу оболонки запишемо відносно декартової системи координат $(x, y)$ в параметричній формі:

$$x = a\cos\psi\,,\quad y = b\sin\psi\,,\quad 0 \le \psi \le 2\pi, \tag{1}$$

де $a$ і $b$ – велика і мала півосі еліпса.

За допомогою виразу для диференціала дуги напрямної

$$dt = \sqrt{a^2\sin^2\psi + b^2\cos^2\psi}\,d\psi \tag{2}$$

будуємо табличну функцію:

$$\psi_i = \psi(t_i)\,,\ i = 1, 2, ..., N\,. \tag{3}$$

Кривину напрямної обчислюємо за формулою:

$$k = ab\left(a^2\sin^2\psi + b^2\cos^2\psi\right)^{-3/2}. \tag{4}$$

Геометричні співвідношення представимо згідно теорії непологих оболонок, в якій справедливі гіпотези Кірхгофа-Лява [1]:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial s};\quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial t} + kw;\quad \varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s}; \tag{5}$$

$$\mu_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s};\quad \mu_{22} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t};\quad 2\mu_{12} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s}.$$

Тут $u$, $v$, $w$ – компоненти вектора переміщень точок серединної поверхні оболонки; $\phi_1$, $\phi_2$ – кути повороту нормалі, які визначаються згідно гіпотез Кірхгофа-Лява за формулами:

$$\varphi_1 = -\frac{\partial w}{\partial s}; \quad \varphi_2 = -\frac{\partial w}{\partial t} + kv. \tag{6}$$

Вважаючи, що навантаження просте, фізичні співвідношення запишемо на основі теорії малих пружно-пластичних деформацій [1]:

$$\sigma_{11} = 2G\left[\frac{1-\omega_i}{1-\nu_i}e_{11} + \frac{(1-\omega_i)\nu_i}{1-\nu_i}e_{22}\right];$$

$$\sigma_{22} = 2G\left[\frac{1-\omega_i}{1-\nu_i}e_{22} + \frac{(1-\omega_i)\nu_i}{1-\nu_i}e_{11}\right]; \quad \sigma_{12} = G(1-\omega_i)e_{12}; \tag{7}$$

$$e_{11} = \varepsilon_{11} + \gamma\mu_{11}; \quad e_{22} = \varepsilon_{22} + \gamma\mu_{22}; \quad e_{12} = \varepsilon_{12} + 2\gamma\mu_{12},$$

де $G$ – модуль зсуву матеріалу оболонки; $\omega_i$, $\nu_i$ – функція пластичності і змінний коефіцієнт поперечної деформації.

Систему розв'язувальних рівнянь отримаємо з принципу можливих переміщень за допомогою методу додаткових напружень і модифікованого методу скінченних елементів (МСЕ). Особливість запропонованого варіанту МСЕ полягає в тому, що кути повороту $\phi_1$, $\phi_2$ не визначаються за формулами (6), як це прийнято в класичному МСЕ, а апроксимуються біквадратичними поліномами серендипового типу з виконанням гіпотез Кірхгофа-Лява тільки у вузлах скінченного елемента.

З використанням розробленої методики і складених програм досліджено вплив пластичних деформацій матеріалу, геометричних параметрів та інтенсивності розтягувальних зусиль на концентрацію напружень в області кругового отвору на бічній поверхні циліндричної оболонки еліптичного перерізу.

1. *Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Чехов В. Н. и др.* Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с. (Методы расчета оболочек: В 5 т.; Т. 1).

## AXIAL TENSION BEYOND THE ELASTIC LIMIT OF THE ELLIPTIC CYLINDRICAL SHELL WITH A CIRCULAR HOLE

*The problem of statics elastoplastic cylindrical shells of elliptic cross-section with a circular hole is formulated. The technique is proposed of numerical solution of this class of problems.*