

АПРОБАЦІЯ АНАЛІТИЧНО-ЧИСЛОВОГО ПІДХОДУ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЦЕНТРАЛЬНО-СИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Мастикаш Л. В.

ІПММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, e-mail: maslyuba2010@gmail.com

Розглядається пружне ізотропне сферичне тіло радіуса $r = R_2$ з центральною сферичною порожниною радіуса $r = R_1$, фізико-механічні властивості якого залежать від температури, що піддано нагріванню джерелами тепла, рівномірно розподіленими по сферичній поверхні $r = R^*$, за умов зовнішньої термосилової дії (середовища температури t_c та внутрішнього p_1 і зовнішнього p_2 тиску). Початкова температура тіла рівна t_p . Припускається, що матеріал тіла володіє простою тепловою нелінійністю.

Для визначення теплового та напруженого стану тіла використано відомі співвідношення:

- нелінійне рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right] = c_v(t) \frac{\partial t}{\partial \tau} - w(r) S_+(\tau), \quad (1)$$

- рівняння рівноваги в переміщеннях

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) \right] + f^{-1}(t) \left(\frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{2u}{r} - \frac{\partial \beta}{\partial r} \Phi \right) = \beta(t) f^{-1}(t) \frac{\partial}{\partial r} \Phi, \quad (2)$$

співвідношення Дюгамеля-Неймана та граничні умови, які описують теплове і силове навантаження. Тут $\{\lambda_t, c_v, f, \beta, \lambda, \mu, \Phi\} \sim \Phi(t)$ – відомі функції температури, що визначаються через температурні залежності характеристик матеріалу.

Для розв'язування задачі теплопровідності (1) застосовано підхід, який полягає у використанні інтегрального перетворення Кірхгофа [1]

$$\vartheta = \int_{t_p}^t \lambda_t(\xi) d\xi, \quad (3)$$

що дозволяє звести задачу теплопровідності до розв'язування інтегрального співвідношення (3) за відомим розв'язком лінійної крайової задачі на змінну Кірхгофа ϑ .

Використовуючи апроксимації реальних температурних залежностей фізико-механічних характеристик матеріалу кусково-постійними функціями температури вигляду

$$p(t) = p_1 + \sum_{i=1}^n (p_{i+1} - p_i) S_+(t - t_i), \quad t_n < t_1 < t_2 < \dots < t_k, \quad (4)$$

зі співвідношень термопружності отримано диференціальне рівняння з коефіцієнтами типу асиметричних імпульсних функцій (одинична функція, дельта-функція Дірака) від складного аргументу. З використанням властивостей таких функцій [2] одержане рівняння надало можливість побудувати в замкнутому вигляді розв'язки центрально-симетричних задач термопружності термочутливих тіл. Тут $S_+(\zeta - \zeta_i) = \{1, \zeta > \zeta_i; 0, \zeta \leq \zeta_i\}$ – асиметрична одинична функція Хевісайда, $p_i = \text{const}$ в інтервалі температур $t_{i-1} \leq t \leq t_i$ із заданою точністю відповідають реальному значенню відповідної фізико-механічної характеристики, (t_n, t_k) – розглядуваний температурний інтервал.

Спираючись на отримані результати, було проведено числові дослідження. Вони показали, що використання апроксимації температурних залежностей ФМХ кусково-постійними функціями температури забезпечує точність розрахованих значень напружень не нижчу за точність апроксимації, а також дозволяє однозначно визначити розв'язок співвідношення (3) відносно t . З метою верифікації результатів, отриманих під час апробації підходу, було проведено аналогічні дослідження напружено-деформованого стану за допомогою методу збурень, які показали перевагу запропонованого підходу в порівнянні з методом збурень при зменшенні відносної товщини сферичної оболонки.

Дослідження виконано за часткової фінансової підтримки ДФФД України (проект Ф54.2/015 конкурсу спільних проектів фундаментальних досліджень ДФФД України і БВФФД – “ДФФД–БВФФД–2013”

1. *Лыков Л. В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
2. *Коляно Ю. М., Кулик А. Н.* Температурные напряжения от объемных источников. – Киев: Наук. думка, 1983. – 288 с.

APPROBATION OF ANALYTICALLY NUMERICAL APPROACH FOR SOLUTION OF CENTRALLY SYMMETRIC THERMOELASTICITY PROBLEMS

An approach to analytically-numerical determination of the thermostressed state of isotropic body under centrally-symmetric thermal power effect has been approved. The approach is based on the use of elements of algebra of generalized functions and approximation of temperature dependences of physico-mechanical material characteristics by piecewise-constant functions of temperature.