Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014», 28–30 травня 2014 р., Львів

УДК 539.3

ТЕРМОПРУЖНА ПОВЕДІНКА БЕЗМЕЖНОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ТРИСКЛАДОВОГО ТІЛА ЗА ДІЇ ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА

Процюк Б. В., Горун О. П.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, dept19@iapmm.lviv.ua, oleggorun@gmail.com

В даній роботі запропоновано підхід до визначення квазістатичного термопружного стану у безмежних трискладових термочутливих тілах за дії об'ємних джерел тепла.

Розглянемо віднесене до циліндричної системи координат r, φ, z необмежене термочутливе трискладове тіло, яке перебуває під дією джерела тепла $w_t(z,\tau)$. На поверхнях поділу $z = z_1 = 0$ та $z = z_2 = h$ виконуються умови ідеального термомеханічного контакту, а поверхня $r = R$ є гладко закріпленою (відсутні радіальні переміщення і дотичні напруження).

Вважаючи, що коефіцієнти теплопровідності лінійно залежать від температури $\lambda_t^{(i)}(t_i) = \lambda_{0,i}(1+\beta_i t_i)$, коефіцієнти об'ємної теплоємності мають вигляд $c_V^{(i)}(t_i) = c_{0,i} c_i(t_i)$ $(i = 1, 2, 3)$, а коефіцієнти температуропровідності є сталими в межах кожної області, що має місце для ряду металів, знаходження температурного поля зведено до розв'язання рівняння теплопровідності з узагальненими по z похідними [1]

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\lambda_0(z)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right] = c_0(z)\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \sum_{j=1}^{2}\lambda_{0,j+1}F_{j+1}(\tau)\delta'(z-z_j) - w_t(z,\tau), \qquad (1)$$

за крайових умов

$$\theta(z,\tau)\big|_{z\to\pm\infty} = 0, \qquad \theta(z,\tau)\big|_{\tau=0} = 0, \qquad (2)$$

де $F_{j+1}(\tau) = \left(1-\beta_j\beta_{j+1}^{-1}\right)\left[\theta_{j+1}(z_j,\tau) - \beta_{j+1}^{-1}\left(\sqrt{1+2\beta_{j+1}\theta_{j+1}(z_j,\tau)}-1\right)\right]$,

$\theta(z,\tau) = \theta_1(z,\tau) + \sum_{k=1}^{2}\left[\theta_{k+1}(z,\tau) - \theta_k(z,\tau)\right]S(z-z_k)$, $\lambda_0(z)$ та $c_0(z)$ мають вигляд $p(z) = p_1(z) + \sum_{k=1}^{2}\left[p_{k+1}(z) - p_k(z)\right]S(z-z_k)$,

$\theta_i\left(z,\tau\right)=\dfrac{1}{\lambda_{0i}}\displaystyle\int\limits_0^{t_i(z,\tau)}\lambda_t^i\left(x\right)dx$ – змінна Кірхгофа, $t_i\left(z,\tau\right)$ – температура в i-ій складовій, $S\left(z\right)$ – функція Гевісайда, $\delta'\left(z\right)$ – похідна від дельта-функції Дірака; індексу $i=1$ відповідають величини, які належать першій складовій $-\infty\le z\le 0$, $i=2$ – другій (проміжковому шару) $0\le z\le h$, $i=3$ – третій $h\le z\le +\infty$.

За допомогою функцій Гріна $G\left(z,\zeta,\tau\right)$ [2] розв'язок задачі теплопровідності (1), (2) подається у вигляді:

$$\theta\left(z,\tau\right)=\sum_{j=1}^{2}\lambda_{0,j+1}\int\limits_0^{\tau}\left.\frac{\partial G\left(z,\xi,\tau-\tau'\right)}{\partial\xi}\right|_{\xi=z_j+0}F_{j+1}\left(\tau'\right)d\tau'+$$

$$+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_0^{\tau}G\left(z,\zeta,\tau-\tau'\right)w_t\left(\zeta,\tau\right)d\zeta\, d\tau' \qquad (3)$$

Апроксимувавши [1] функцію $F_{j+1}\left(\tau\right)$ лінійним сплайном та підставивши у (3) $z=z_j+0$ і $\tau=\tau_k$ ($k=\overline{1,K_\tau}$), отримаємо рекурентну систему двох нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно $\theta_{j+1}\left(z_j,\tau_k\right)$. Розв'язавши її, знайдемо вирази для змінної Кірхгофа, а зі співвідношення $t_i\left(z,\tau\right)=\beta_i^{-1}\left(\sqrt{1+2\beta_i\theta_i\left(z,\tau\right)}-1\right)$ знаходимо шукане температурне поле.

Наведено співвідношення для визначення напружень та переміщень. Проаналізовано результати числових досліджень.

1. *Процюк Б. В.* Квазистатические температурные напряжения в многослойной термочувствительной пластине при нагреве тепловым потоком. // Теоретическая и прикладная механика. – 2003. Вып. 38 – С. 63–69.
2. *Процюк Б. В., Верба І. І.* Нестаціонарне одновимірне температурне поле тришарових тіл з плоско-паралельними межами поділу // Вісник Львів. ун.–ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – Вип. 1, 1999. – С. 200–205.

THERMOELASTIC BEHAVIOR OF INFINITE THERMOSENSITIVE THREELAYER BODY UNDER THE ACTION OF A HEAT SOURCE

The approach to determine the quasistatic thermoelastic state of infinite thermosensitive threelayer bodies under the action of a heat source is proposed. The results of the temperature, stresses and displacements are presented.