

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НУЛЬОВИХ РАДІАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ У НЕОДНОРІДНІЙ ПОРОЖНИСТІЙ КУЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕПЛОВИХ ДЖЕРЕЛ

Артемюк В. Ю.

Національний університет «Львівська політехніка», Vasy118@ukr.net

При проектуванні конструкцій важливо знати, коли напруження в їх елементах будуть відсутніми або близькими до нуля. Задача знаходження умов відсутності температурних напружень в однорідних оболонках була розв'язана Я. С. Підстригачем [1]. Метою цього дослідження є визначення температурного поля і теплових джерел, які його спричиняють, для забезпечення нульових радіальних напружень у неоднорідній порожнистій кулі. Аналогічна задача для неоднорідного порожнистого циліндра розглянута в [2].

За вихідне рівняння взято інтегральне рівняння Фредгольма другого роду відносно радіальної компоненти тензора напружень

$$\sigma_{rr}(\rho) + \int_{\rho_1}^1 K(\rho, \eta) \sigma_{rr}(\eta) d\eta = \Psi(\rho), \quad (1)$$

де ядро $K(\rho, \eta)$ та $\Psi(\rho)$ – відомі функції, залежні від фізико-механічних характеристик матеріалу, які є функціями безрозмірної радіальної координати ρ та навантажень на внутрішній $\rho = \rho_1$ та зовнішній $\rho = 1$ поверхнях. Рівняння (1) отримано шляхом безпосереднього інтегрування рівнянь рівноваги й суцільності в напруженнях з використанням граничних умов та зв'язків між тензорами деформації та напружень.

За відсутності радіальних напружень по всій товщині кулі права частина інтегрального рівняння (1) дорівнює нулеві. Отримане таким чином рівняння $\Psi(\rho) = 0$ зведено до інтегрального рівняння Фредгольма другого роду із сепарабельним ядром відносно температури. Його розв'язком згідно з [3] є аналітичний вираз:

$$T(\rho) = \frac{C}{\alpha(\rho)} - T_0, \quad (2)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

де $\alpha(\rho)$ – коефіцієнт лінійного теплового розширення матеріалу, з якого виготовлено кулю, T_0 – деяка відлікова температура, а стала C визначена на основі заданого значення температури на одній з поверхонь кулі. Значення температури на іншій поверхні тоді визначається з (2).

З неоднорідного рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \cdot \lambda(\rho) \frac{dT(\rho)}{d\rho} \right) + q_v(\rho) = 0, \quad (3)$$

де $\lambda(\rho)$ – коефіцієнт теплопровідності, та отриманих межових умов у сферичній системі координат і виразу (2), отримано $q_v(\rho)$ – питому потужність внутрішніх джерел. Отже температурне поле, яке отримане з виразу (2) можна забезпечити тепловими джерелами, визначеними з рівняння (3).

Визначено відповідне температурне поле й питому потужність теплового джерела для випадку двокомпонентного функціонально-градієнтного матеріалу, характеристики якого виражаються через концентрацію одного матеріалу в іншому моделлю Фойгта. Розроблений підхід може бути поширений і на термочутливі тіла.

1. *Підстригач Я. С.* Вибрані праці. – Київ: Наукова думка, 1995. – 460 с.
2. *Калиняк Б. М.* Керування температурними напруженнями і переміщеннями у неоднорідному довгому порожнистому циліндрі шляхом вибору характеристик матеріалу // *Матеріали Міжнар. Наук.конф. «Сучасні проблеми механіки і математики».* – Львів: ІППММ ім. Я. С.Підстригача НАН України. – 2013. – Т. 2. С. 213-214.
3. *Полянин А. Д., Манжиров А. В.* Справочник по интегральным уравнениям: Точные решения. – М.: «Факториал». – 1998. – 432 с.

**PROVIDING OF ZERO RADIAL STRESSES
IN THE INHOMOGENEOUS HOLLOW SPHERE
USING THERMAL SOURCES**

The temperature field and corresponding heat source intensity providing zero radial stresses in hollow sphere with inhomogeneous in radial direction physical characteristics has been obtained.