УДК 517.983

СПЕКТРАЛЬНИЙ РОЗКЛАД ДЛЯ ТРАНСПОРТНОГО ОПЕРАТОРА

Івасик Г. В.

Національний університет «Львівська політехніка»
Ivasyk-G@yandex.ru

Вивчається транспортний оператор

$$Lf = -i\mu \frac{\partial f}{\partial x} + c(x)\int_{-1}^{1} b(\mu')f(x,\mu')d\mu', \tag{1}$$

який діє в просторі $L^2(D): D = R\times[-1,1]$. Функція $c(x)$ є експоненційно спадною при $|x|\to\infty$. Стосовно функції $b(\bullet)$ припускається існування аналітичного продовження в деякий окіл інтервалом [–1, 1].

Нехай H – деякий простір функцій, заданих на всій осі R. Нехай $S: H\to H$ – оператор множення на незалежну змінну з максимальною областю визначення. Ми використовуємо модель Фрідріхса, тобто оператор вигляду $T = S + V$, де $V: H\to H$ – деякий інтегральний оператор [1]. Вибираємо факторизацію збурення $V = A^*B,\ A, B: H\to G,$ де G – деякий допоміжний простір, $G = L^2(R)$. Нашою метою є побудова оператора вигляду

$$T = S + A^*B,$$

унітарно еквівалентного оператору L [1, 2].

Розглядаємо еволюційне рівняння такого вигляду:

$$\begin{cases} u^{\bullet} = iTu, \quad t>0 \\ u\big|_{t=0} = u(0), \quad u(0)\in D(T). \end{cases}$$

Отже, вивчаємо оператор-функцію $U(t),$ задану рівністю

$$u(t) = U(t)\varphi = -\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} e^{(\lambda+i\theta)t}T_{\theta-i\gamma}\varphi\, d\theta. \tag{2}$$

Теорема 1. Розв'язок (2) еволюційного рівняння має асимптотику

$$u(t) = \sum e^{i\zeta_k t} \sum t^p (\varphi, e^{k,p}) h_{k,p} + O(1),\ t \to \infty,$$

де $e_{k,p}, h_{k,p} \in H$ – деякі елементи.

Позначено

$$\big(\mathcal{A}(\zeta)\psi\big)(\tau) = \psi(\tau) - B^* K(\bar{\zeta})^{-1*} AS_\zeta \psi,\ \big(\mathcal{B}(\zeta)\psi\big)(\tau) = \psi(\tau) - A^* K(\zeta)^{-1} BS_\zeta \psi.$$

Нехай $\mathcal{A}_-(\sigma), \mathcal{B}_+(\sigma) : H \to H$ – оператор-функції вигляду [3]

$$\mathcal{A}_-(\sigma)\psi = \psi - B^* K_-(\sigma)^{-1*} (AS_\sigma \psi)_+ ,\ \mathcal{B}_+(\sigma)\varphi = \varphi - A^* K_+(\sigma)^{-1} (BS_\sigma \varphi)_+ ,\ \sigma \in R.$$

Введемо лінійний підпростір

$$H_D = \left\{\psi = \psi(s,\mu) : \psi'_s(s,\mu) \in H, \|\psi\|_p < \infty\right\}.$$

Теорема 2. Якщо $\varphi, \psi \in H_D$, тоді виконується наступна рівність Парсеваля для оператора T

$$\left(\varphi, \psi\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\left(\mathcal{B}_+(\sigma)\varphi\right)(\sigma), (\mathcal{A}_-(\sigma)\psi)(\sigma)\right)_{H_1} d\sigma + \sum_{k=1}^{k_0} \left(P_{\zeta_k}\varphi, \psi\right),$$

де P_{ζ_k} – скінченновимірні оператори.

6. *Diaba F. Cheremnikh E. V.* On the point spectrum of transport operator // Math. Func, Anal. and Topology. – 2005. – Vol. 11, No. 1. P. 21-36.
7. *Івасик Г. В., Черемних Є. В.* Модель Фрідріхса для транспортного оператора // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», фіз.-мат. науки. – 2009. – Вип. 643, № 643. – С. 30-36.
8. *Івасик Г. В.* Спектральний розклад для транспортного оператора. (Spectral decomposition for some transport operator) // Східно-Європейський журнал передових технологій. (Eastern-european journal of Enterprise Technologies) (http://jet.com.ua), 1 / 4 (55), 2012, 10-14. (English).

SPECTRAL DECOMPOSITION FOR SOME TRANSPORT OPERATOR

It is considered transport operator. Applying Fourier's transformation we obtain Friedrich's model. We use known formula for the jump of the resolvent for Friedrich's model in general case under certain conditions on perturbation. We verify conditions under which this formula holds in our case. With the help of method of contour integrating we obtain Parseval equality.