УДК 539.3

ВЗАЄМОДІЯ ТІЛ ЗА НАЯВНОСТІ АДГЕЗІЇ ПОВЕРХОНЬ МІЖКОНТАКНОГО ЗАЗОРУ

Чумак К.А.[1], Паук В.М.[2]

[1]ІППММ ім. Я.С. Підстригача, Львів, labmtd@iapmm.lviv.ua
[2]ЛНУ ім. І. Франка, Львів, labmtd@iapmm.lviv.ua

При розробці та оцінці працездатності низки спряжень, широко використовуваних в мікроелектроніці, мікро/наноприладах, медичній техніці та інших областях, для яких характерні малі розміри та висока ступінь гладкості поверхонь, важливу роль відіграє врахування адгезійної взаємодії поверхонь тіл. Дане повідомлення стосується дослідження контакту двох півбезмежних тіл за наявності міжконтактного зазору з урахуванням дії сил адгезії між його поверхнями.

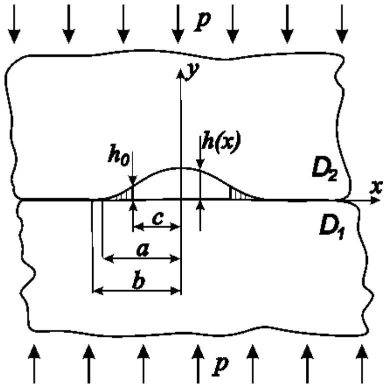

Рис. 1

Розглянемо контактну взаємодію двох пружних ізотропних півбезмежних тіл D_1 і D_2, які перебувають в умовах плоскої деформації (рис. 1). Поверхня тіла D_1 є плоскою, а поверхня тіла D_2 вздовж смуги шириною $2b$ має плитку пологу виїмку, форму якої описує парна неперервно-диференційована функція $r(x) = r_0(1 - x^2/b^2)^{3/2}$ ($r_0 << b$, $r'(x) << 1$). Тіла контактують під дією заданих на нескінченності однорідних стискувальних зусиль p, перпендикулярних до поверхні розмежування тіл. Внаслідок початкової нерівності поверхні тіла D_2 відбуватиметься неповний контакт тіл, за якого в межах виїмки між ними буде зазор з невідомими довжиною $2a$ та висотою $h(x)$. Вважаємо, що між поверхнями зазору діють сили адгезії, для кількісного опису яких скористаємося моделлю Можіса [1]. Згідно з цією моделлю, на ділянках зазору $(-a,-c]$ і $[c,a)$, де його висота $h(x)$ не перевищує значення h_0 (це значення приблизно рівне кроку кристалічної решітки матеріалу [1]), між поверхнями тіл діють сталі сили адгезії σ_0. На ділянці зазору $(-c,c)$, де $h(x) > h_0$, сили адгезії рівні нулю. Механічний контакт вздовж всієї лінії розмежування тіл відбувається без тертя.

Крайові умови сформульованої задачі мають вигляд:

поза зазором $|x| \geq a$:

$$\sigma_{yy}^{-} = \sigma_{yy}^{+}, \quad \sigma_{xy}^{-} = \sigma_{xy}^{+} = 0; \quad u_y^{+} = u_y^{-} - r(x), \ a < |x| < b; \quad u_y^{+} = u_y^{-}, \ |x| > b;$$

на ділянці зазору $|x| < a$:

$$\sigma_{yy}^{-} = \sigma_{yy}^{+} = \sigma_0, \ c \leq |x| < a; \quad \sigma_{yy}^{-} = \sigma_{yy}^{+} = 0, \ |x| < c; \quad \sigma_{xy}^{-} = \sigma_{xy}^{+} = 0;$$

на безмежності:

$$\sigma_{yy}^{\infty} = -p, \quad \sigma_{xy}^{\infty} = 0.$$

Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів [2], сформульовану задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння відносно висоти міжконтактного зазору $h(x)$:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{h'(t)}{t-x}dt = \frac{3r_0}{2b^3}\left(2x^2 - b^2\right) + \frac{K}{2}\left(p + p_1(x)\right), \ |x| < a, \tag{1}$$

де $p_1(x) = \sigma_0$ при $c \leq |x| < a$ і $p_1(x) = 0$ при $|x| < c$, $K = 4\sum_{j=1}^{2}(1-\nu_j^2)/E_j$.

Шукана висота зазору $h(x)$ задовольняє умови

$$h(-a) = 0, \quad h(a) = 0, \tag{2}$$

які випливають із неперервності переміщень меж півплощин.

Внаслідок гладкості виїмки (неперервно-диференційованості функції $r(x)$) виконуються умови плавного змикання берегів зазору:

$$h'(-a) = 0, \quad h'(a) = 0, \tag{3}$$

які забезпечують обмеженість контактних напружень.

Розв’язавши рівняння (1) аналітично, з урахуванням умов (2) і (3) знайдемо висоту зазору

$$h(x) = \frac{r_0}{b^3}\left(a^2 - x^2\right)^{3/2} + \frac{K\sigma_0}{4\pi}\left(\left(x-c\right)\mathit{\Gamma}\left(a,x,c\right) - \left(x+c\right)\mathit{\Gamma}\left(a,x,-c\right)\right), \tag{4}$$

а також залежність між півдовжиною зазору a, півдовжиною ділянки зазору, де сили адгезії рівні нулю, c і зовнішнім тиском p :

$$\frac{3r_0}{b^3}\left(a^2 - b^2\right) + Kp + \frac{K\sigma_0}{\pi}\left(\pi - 2\arcsin\left(c/a\right)\right) = 0. \tag{5}$$

Тут $\mathit{\Gamma}\left(a,x,t\right) = \ln\left(\dfrac{a^2 - tx - \sqrt{\left(a^2 - t^2\right)\left(a^2 - x^2\right)}}{a^2 - tx + \sqrt{\left(a^2 - t^2\right)\left(a^2 - x^2\right)}}\right)$.

Оскільки згідно з моделлю Можіса $h(c) = h_0$, з (4) отримаємо додаткову залежність між півдовжинами a і c:

$$\frac{r_0}{b^3}\left(a^2 - b^2\right)^{3/2} - \frac{K\sigma_0}{\pi} c \ln\left(c/a\right) = h_0 . \qquad (6)$$

Таким чином, для знаходження невідомих a і c отримали систему двох трансцендентних рівнянь (5), (6). З огляду на те, що зовнішній тиск p входить у рівняння (5) лінійно, а a і c входять в обидва рівняння нелінійно, запропоновано такий підхід до розв'язування цієї системи: 1) за невідомі вибираємо навантаження p та півдовжину ділянки зазору, де сили адгезії рівні нулю, c; 2) півдовжину зазору a задаємо і змінюємо її від 0 до b; 3) для дискретного набору значень a рівняння (6) розв'язуємо метод поділу відрізка пополам і визначаємо значення c; 4) навантаження p для пари (a,c) знаходимо з рівняння (5).

На рис. 2 і 3 зображено залежність безрозмірної півдовжини зазору $\tilde{a} = a/h_0$ від безрозмірного прикладеного тиску $\tilde{p} = Kp$ для відносних геометричних параметрів виїмки $r/h_0 = 100$ та $b/h_0 = 10^5$. Рис. 2 відповідає

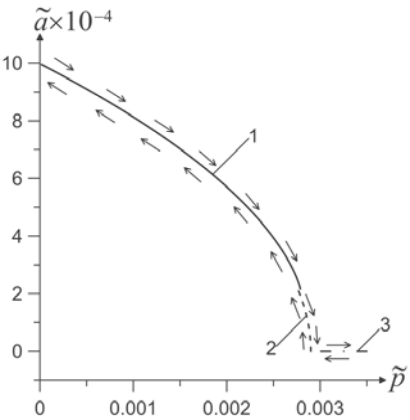

Рис. 2

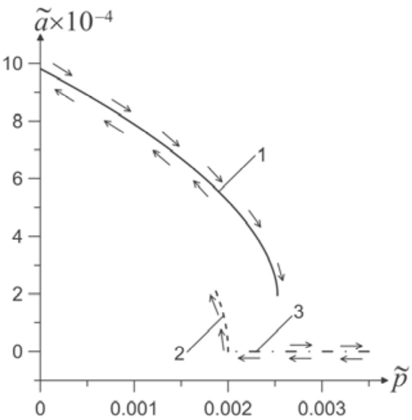

Рис. 3

випадку дії безрозмірних сил адгезії $\tilde{\sigma}_0 = K\sigma_0 = 10^{-4}$, рис. 3 - $\tilde{\sigma}_0 = 10^{-3}$. Крива 1 – це залежність $\tilde{a} = \tilde{a}(\tilde{p})$, коли розподіл сил адгезії між поверхнями зазору відбувається згідно з моделлю Можіса; крива 2 - $\tilde{a} = \tilde{a}(\tilde{p})$, коли максимальна висота зазору є меншою, ніж h_0 ($\sigma_{yy}^- = \sigma_{yy}^+ = \sigma_0$, $|x| < a$); пряма 3 відповідає випадку повного контакту тіл внаслідок закриття зазору ($\tilde{a} = 0$).

При торканні поверхонь тіл ($\tilde{p}=0$) сили адгезії зумовлять притягання поверхонь початкової виїмки та нижнього тіла, внаслідок чого утвориться зазор скінченної довжини. Збільшення зовнішнього навантаження $\tilde{p}$ зумовлює зменшення довжини зазору $\tilde{a}$ та збільшення довжини ділянок адгезії (зменшення $\tilde{c}$), яке продовжується доти, доки максимальна висота зазору перевищує h_0. Подальше збільшення $\tilde{p}$ може спричинити дві різні ситуації: 1) стрибок до рівноважного стану, який відповідає випадку дії сил адгезії інтенсивності $\tilde{\sigma}_0$ між поверхнями зазору вздовж усієї його довжини (рис. 2), після чого ці сили адгезії з ростом $\tilde{p}$ зумовлять закриття зазору, а, отже, і повний контакт тіл; 2) стрибок до рівноважного стану, який відповідає повному контакту тіл (рис. 3). Повний контакт тіл буде реалізуватися і надалі, якщо продовжити збільшувати $\tilde{p}$. Якщо ж розпочати процес розвантаження, то повний контакт буде відбуватися доти, доки контактні напруження на всій поверхні контакту тіл не перевищуватимуть $\tilde{\sigma}_0$. При подальшому зменшенні $\tilde{p}$ між поверхнями тіл знову утвориться зазор, між поверхнями якого вздовж усієї його довжини діятимуть сталі сили адгезії $\tilde{\sigma}_0$. Якщо далі зменшувати інтенсивність навантаження, максимальна висота зазору в певний момент стане більшою, ніж h_0, внаслідок чого відбудеться стрибок до рівноважного стану, який відповідає випадку розподілу сил адгезії між поверхнями зазору згідно з моделлю Можіса. Подальше зменшення навантаження зумовить повне розділення тіл. З рис. 2 і 3 також можна зробити висновок, що чим більшою є безрозмірна інтенсивність сил адгезії $\tilde{\sigma}_0$, тим меншою буде довжина міжконтактного зазору. Виявлено, що збільшення зовнішнього навантаження зумовлює зменшення збільшення довжини ділянок адгезії.

1. *Maugis D.* Adhesion of spheres: the JKR-DMT transition using a Dugdale model // J. Colloid. Interface Sci. – 1992. – **150**, №1. – P. 243-269.
2. *Мартиняк Р.М.* Механотермодифузійна взаємодія тіл з врахуванням заповнювача міжконтактних зазорів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. – **36**, №2. – С. 124-126.

INTERACTION OF SOLIDS IN PRESENCE OF ADHESION BETWEEN SURFACES OF INTERCONTACT GAP

The adhesive contact of two isotropic semi-infinite solids with a gap between their contacting surfaces is investigated. The effect of adhesion between the gap surfaces is accounted for by using the Maugis model. The contact problem is reduced to a singular integral equation for the gap height. For calculating the gap and adhesion lengths two transcendental equations are obtained. Results are obtained for the gap and adhesion lengths as a function of the applied pressure and for various values of the adhesive stresses.