

## ОПТИМАЛЬНЕ УПАКУВАННЯ НЕОРІЄНТОВАНИХ ПАРАЛЛЕЛЕПЕДІВ ТА КУЛЬ

**Чугай А.М.**

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,  
chugay@ipmach.kharkov.ua

У роботі розглядається оптимізаційна задача розміщення неорієнтованих паралелепіпедів (що допускають афінні перетворення не тільки трансляції, але й повороту) та куль у паралелепіпеді мінімальної висоти.

Для розв'язку досліджуваної задачі були побудовані  $\Phi$ -функції [1] для пари неорієнтованих паралелепіпедів, а також для неорієнтованого паралелепіпеда та кулі. За допомогою цих  $\Phi$ -функцій була побудована математична модель задачі.

Через те, що задачі розміщення є задачами високої обчислювальної складності, для їх розв'язку в більшості випадків використовуються евристичні підходи, які не гарантують знаходження оптимального розв'язку.

Оскільки математична модель задачі побудована у вигляді задачі програмування, то для її розв'язку можна розробити стратегію, засновану на використанні сучасних методів нелінійної оптимізації, що може значно поліпшити остаточний результат.

Грунтуючись на властивостях математичної моделі задачі, була розроблена стратегія розв'язку, яка передбачає виконання наступних кроків: побудова початкових точок, пошук локальних екстремумів та спеціальний перебір локальних екстремумів.

При розв'язку задач розміщення для одержання початкових точок використовуються різні “жадібні” алгоритми. Однак ці алгоритми не гарантують одержання різноманітних початкових точок. Крім того, обчислювальні витрати для побудови початкових точок значно зростають у тривимірному випадку. У зв'язку із цим пропонується наступний підхід.

Метричні характеристики об'єктів, що розміщуються, приймаються змінними. Для побудови початкових точок генерується випадкове розміщення об'єктів у розглянутому паралелепіпеді. Побудована таким способом точка, у загальному випадку, не буде належати області припустимих розв'язків задачі, оскільки об'єкти, які розміщуються, будуть перетинатися або не будуть належати області розміщення.

Для того щоб з отриманої випадкової точки перейти до точки з області припустимих розв'язків задачі необхідно послідовно розв'язати дві підзадачі нелінійного програмування.

У цих підзадачах висота області розміщення приймається константою, а

змінними є параметри розміщення об'єктів та їх метричні характеристики.

Метою розв'язку першої підзадачі є одержання такого розміщення об'єктів зі змінними метричними характеристиками, при якому об'єкти не будуть мати взаємних перетинань і будуть розташовані в області розміщення. Точка, отримана в результаті розв'язку першої підзадачі, приймається в якості початкової для розв'язку другої підзадачі. Метою розв'язку другої підзадачі є пошук такого розміщення об'єктів в області розміщення, при якому сума їх метричних характеристик була б максимальною.

Для пошуку глобального максимуму другої підзадачі пропонується спеціальний підхід, який забезпечує перехід від одного локального максимуму до іншого з більшим значенням функції мети. Для пошуку нового перспективного локального максимуму, до якого можна перейти з вже отриманого, вирішується допоміжна задача. Дана задача відрізняється від другої підзадачі відсутністю обмежень на граничні значення метричних характеристик об'єктів, що розміщуються. Розв'язок допоміжної задачі дозволяє визначити можливість здійснення перспективної перестановки об'єктів у знайденому локальному максимумі.

Глобальний максимум другої підзадачі приймається в якості початкової точки для пошуку відповідного локального мінімуму основної поставленої задачі.

Розв'язок описаних задач нелінійного програмування здійснюється за допомогою модифікації методу можливих напрямків, що використовує стратегію активних обмежень [2]. Для пошуку вектора “спуску” на кожному кроці методом внутрішньої точки [3] вирішується задача лінійного програмування.

Запропонований у роботі підхід до розв'язку задачі може бути застосований для розв'язку задачі оптимального пакування неорієнтованих багатогранників.

1. *Stoyan Yu. G.* Ф-function and its basic properties // Докл. АН України. Сер. А. –2001. – № 8. – С. 112-117.
2. *Stoyan Y., Chugay A.* Packing cylinders and rectangular parallelepipeds with distances between them into a given region / Stoyan Y., Chugay A. // European J. Oper. Res. – 2009. –Vol. 197, №.2. – P. 446-455.
3. *Gondzio J.* HOPDM (version 2.12) - A Fast LP Solver Based on a Primal-Dual Interior Point Method // European J. Oper. Res. – 1995. –Vol. 85, №.1. – P. 221-225.

### **OPTIMAL PACKING OF NON-ORIENTED PARALLELEPIPEDS AND SPHERES**

*The work considers a packing optimisation problem of different spheres and different parallelepipeds including the case of their continuous rotations into a right parallelepiped of a minimal height. The mathematical model of the problem stated is constructed as a classical mathematical programming problem. A number of original approaches of local and global optimisation are offered. The approaches are based on properties of the mathematical model.*