

## ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ПРО ОСЕСИМЕТРИЧНУ ДЕФОРМАЦІЮ ТОНКИХ АНІЗОТРОПНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ

Тучапський Р. І.

Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України,  
e-mail: roman.tuch@gmail.com

Б. Л. Пелех і М. А. Сухорольський у [1] навели один спосіб редукування тривимірних рівнянь теорії пружності до двовимірних рівнянь теорії оболонок, який ґрунтується на апроксимації переміщень і напружень рядами за поліномами Лежандра із задоволенням умов для напружень на лицевих поверхнях оболонки. У [2] вони отримали схему наближення функції і її першої похідної поліномами Лежандра при виконанні граничних значень для похідної, давши порівняльну оцінку цього наближення. У [3] на основі підходу [1, 2] вони побудували загальну лінійну теорію тонких ортотропних оболонок та розробили методи розрахунку їх контактної взаємодії.

Інший метод побудови лінійної теорії ізотропних тонких пластинок і тонких пологих оболонок, що теж використовує розвинення характерних величин їх напружено-деформованого стану в ряди Фур'є за поліномами Лежандра від поперечної координати, запропонований І. Н. Векуа [4].

У рядах для всіх трьох компонент вектора переміщень у теорії оболонок І. Н. Векуа втримано однакову кількість доданків. Це дозволило йому в [4] отримати рівняння й співвідношення безмоментної теорії оболонок, застосувавши свій метод нормованих моментів поля напружень у випадку  $N=0$  (де  $N$  – порядок наближення для переміщень).

У рядах для тангенціальних і поперечного переміщень у теорії [3] втримано різну кількість доданків. Цей підхід відомий під назвою  $\{m, n\}$ -апроксимації (де  $m$  – порядок наближень тангенціальних переміщень,  $n$  – порядок наближення поперечного переміщення). Він дозволив Б. Л. Пелеху й М. А. Сухорольському при  $m=1$ ,  $n=0$  отримати в [3] рівняння й співвідношення теорії оболонок типу Тимошенка.

У [5] викладено основні способи побудови двовимірних рівнянь узагальнених теорій пластин і оболонок, в основу яких покладено метод розвинення характерних величин їх напружено-деформованого стану в ряди Фур'є за поліномами Лежандра від поперечної координати, та здійснено систематизацію й аналіз досліджень, виконаних на основі цих теорій.

У запропонованій роботі лінійна теорія тонких ортотропних оболонок [3] узагальнена на випадок геометричної нелінійності. Рівняння й співвідношення теорії записані в тензорному вигляді, тобто у формі, не прив'язаній до якоїсь конкретної координатної системи на поверхні параметризації оболонки. Розглядалась нелінійність із першими доданками рядів для величин, що характеризують кути повороту тангенціальних елементів оболонки навколо тангенціальних координатних осей. Забезпечено точне виконання силових умов на лицевих поверхнях. Рівняння та граничні умови отримано на основі варіаційного принципу Вашіцу.

Утримавши по два перших члени в рядах для тангенціальних переміщень і перший член у ряді для поперечного переміщення, отримано варіант геометрично нелінійної теорії оболонок типу Тимошенка.

Розглянуто осесиметричну деформацію оболонки обертання й здійснено відповідні спрощення рівнянь теорії. Спрощену систему рівнянь зведено до нормальної системи десяти звичайних диференціальних рівнянь, розв'язаних відносно перших похідних, і побудовано методику їх чисельного розв'язування на ЕОМ.

Нелінійну крайову задачу зведено до послідовності лінійних крайових задач методом квазілінеаризації (узагальнений метод Ньютона) [6]. Для розв'язування крайових задач для нормальних систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь використано метод дискретної ортогоналізації С. К. Годунова [7].

На основі даної методики розв'язано задачу про осесиметричну деформацію замкнутої кругової циліндричної оболонки. Проведено порівняння отриманого розв'язку з розв'язком на основі іншого варіанту теорії.

1. *Пелех Б. Л., Сухорольський М. А.* Про один новий підхід до побудови теорії оболонок з врахуванням граничних умов на поверхнях // Доповіді Академії наук Української РСР. – 1978, № 5. – С. 441 – 444.
2. *Пелех Б. Л., Сухорольський М. А.* Об одном методе аппроксимации функции и ее первой производной полиномами Лежандра и его приложениях // Доклады Академии наук Украинской ССР. – 1980, № 3. – С. 26 – 29.
3. *Пелех Б. Л., Сухорольський М. А.* Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. – Киев: Наук. думка, 1980. – 216 с.
4. *Векуа И. Н.* Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
5. *Немиш Ю. Н., Хома И. Ю.* Напряженно-деформированное состояние нетонких оболочек и пластин. Обобщенная теория (Обзор) // Прикладная механика. – 1993. – **29** (39), № 11. – С. 3 – 34.
6. *Григолюк Э. И., Куликов Г. М.* Многослойные армированные оболочки: Расчет пневматических шин. – М.: Машиностроение, 1988. – 288 с.
7. *Годунов С. К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук. – 1961. – **XVI**, вып. 3 (99). – С. 171 – 174.

**ON AN APPROACH TO NUMERICAL SOLVING OF THE  
GEOMETRICALLY NONLINEAR PROBLEMS OF AXISYMMETRIC  
DEFORMATION OF THIN ANISOTROPIC SHELLS OF REVOLUTION**

*On the basis of a shell theory, which provides accurate fulfillment of power conditions on facial surfaces combined with the quasilinearization method of a nonlinear boundary value problem reduction to a sequence of linear boundary value problems and S. K. Godunov's discrete orthogonalization method for solving of linear boundary value problems for systems of ordinary differential equations a method for numerical solving of the geometrically nonlinear problems of axisymmetric deformation of thin anisotropic shells of revolution is constructed.*