

## ТРАНСФОРМАЦІЯ МІЖФАЗНОЇ ТЕПЛОПРОНИКНОЇ ТРИЩИНИ ПІД ДІЄЮ ТЕПЛООВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Середницька Х.І.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН  
України, вул. Наукова, 3-б, Львів, 79060, Україна, labmtd@iapmm.lviv.ua

Відомо [1-3], що термомеханічна поведінка біматеріалу з міжфазною тріщиною істотно залежить від термічних властивостей його компонент. В даному повідомленні досліджено часткове закриття міжфазної тріщини за комплексного впливу поверхневих плівок та теплопровідного заповнювача тріщини.

Розглядаємо біматеріальне плоске тіло, компоненти якого наділені однаковими механічними характеристиками ( $G_1 = G_2 = G$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ ) та різними термічними характеристиками ( $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ,  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ). На міжфазній лінії біматеріалу знаходиться тріщина довжиною  $2a$ , яка розкривається під дією розтягувальних зусиль  $p$ . Вважаємо, що порожнина тріщини заповнена теплопровідною речовиною з коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda_c$ , а поверхні тріщини покриті тонкими плівками з максимальним сумарним термоопором  $r(x) = r_0 \sqrt{1 - (x/a)^2}$ . Біматеріал на безмежності піддається дії теплового потоку  $q$ . В результаті між поверхнями тріщини відбувається передача тепла за законом:

$$q_y^- = q_y^+, T^- - T^+ = \left( h(x)/\lambda_c + r_0 \sqrt{1 - (x/a)^2} \right) \cdot q_y^+,$$

де  $q_y^+$ ,  $q_y^-$  – граничні значення нормальної компоненти вектора теплового потоку;  $T^+$ ,  $T^-$  – граничні значення температури;  $h(x)$  – розкриття тріщини.

У праці [4,5] показано, що у випадку, коли тепловий потік скерований до матеріалу з меншою термічною дистортивністю  $\eta$  ( $\eta = \alpha(1 + \nu)/\lambda$ ), при перевищенні потоком певного граничного значення відбуватиметься контакт берегів тріщини на її центральній частині. Тут розв'яжемо задачу термопружності з урахуванням цього явища часткового закриття тріщини.

Вважаючи, що береги тріщини контактують на деякому відрізьку  $[-b, b]$ , запишемо гранично-контактні умови цієї задачі:

на контактуючій ділянці тріщини  $y = 0, |x| \leq b$ :

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^-, \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0, q_y^+ = q_y^-, T^- - T^+ = q_y^+ \cdot r(x);$$

на розкритій ділянці тріщини  $y = 0, b < |x| < a$ :

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^- = 0, \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0, q_y^+ = q_y^-, T^- - T^+ = q_y^+ \cdot R(x);$$

на міжфазній лінії поза тріщиною  $y = 0, |x| \geq a$ :

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^-, \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^-, u^+ = u^-, v^+ = v^-, q_y^+ = q_y^-, T^+ = T^-;$$

на нескінченності:

$$\sigma_y = p, \sigma_x = 2G\eta_n q y / [\lambda_n (1 - \nu)], q_y = q, q_x = 0.$$

Тут  $R(x) = h(x)/\lambda_c + r_0 \sqrt{1 - (x/a)^2}$ ;  $\eta_n = \alpha_n (1 + \nu)/\lambda_n$  ( $n=1,2$ );  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  – компоненти тензора напружень;  $q_x$ ,  $q_y$ , – компоненти вектора теплового потоку.

Сформульовану задачу зводимо до розв'язування нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь [4] відносно стрибка температури  $\gamma(x) = T^-(x) - T^+(x)$  між берегами тріщини та розкриття тріщини  $h(x)$ :

$$\frac{\gamma(x)}{h(x)/\lambda_c + r_0 \sqrt{1 - (x/a)^2}} - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'(t)}{t-x} dt = q, |x| < a,$$

$$\gamma(\pm a) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{h'(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{h'(t)}{t+x} dt = -\frac{\lambda \eta^-}{2} \gamma(x) - \frac{Kp}{2}, b < |x| < a,$$

$$h(\pm a) = 0, h(\pm b) = 0 \quad (2)$$

де  $\lambda = 2\lambda_1\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2)$ ;  $K = 4(1 - \nu)/G$ ;  $\eta^- = \eta_2 - \eta_1$ .

Зауважимо, що в отримані рівняння крім шуканих функцій входить ще й невідомий параметр  $b$ , для визначення якого використовуємо умову плавного змикання берегів тріщини на кінцях ділянки їхнього контакту:

$$h'(\pm b) = 0. \quad (3)$$

Розв'язок системи (1), (2) шукаємо, використовуючи метод послідовних наближень. На кожній ітерації розв'язуємо систему двох лінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь, застосовуючи метод колокацій. За початкове наближення вибираємо випадок, коли тріщина

цілком розкрита лише під дією розтягувальних зусиль  $p$  (без урахування термічних деформацій).

Введемо безрозмірні величини:

$$\bar{x} = x/a, \quad \bar{b} = b/a, \quad \bar{h} = h/a, \quad \bar{\gamma} = \gamma\lambda\eta^-, \quad \bar{q} = qa\eta^-, \quad \bar{p} = pK, \quad \bar{\lambda}_c = \lambda_c/\lambda, \\ \bar{r}_0 = r_0\lambda/a \text{ і числові розрахунки проведемо для розтягувальних зусиль } \bar{p} = 0.01 \text{ та теплового потоку } \bar{q} = -0.0098.$$

На рис. 1 зображено розподіл розкриття тріщини  $\bar{h}(\bar{x})$  для різних значень теплопровідності її заповнювача  $\bar{\lambda}_c$ , коли максимальний поверхневий термоопір є фіксованим ( $\bar{r}_0 = 3$ ). Бачимо, що збільшення теплопровідності заповнювача призводить до збільшення розкриття тріщини і до зменшення ділянки контакту її берегів. Рис. 2 ілюструє зменшення розкриття тріщини і збільшення ділянки контакту її берегів при збільшенні поверхневого термоопору тріщини за фіксованої теплопровідності її заповнювача ( $\bar{\lambda}_c = 0.01$ ).

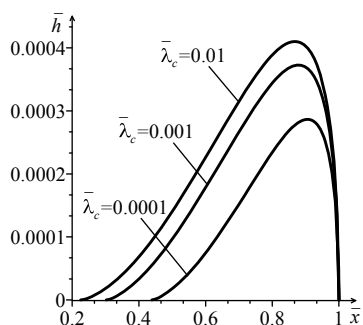


Рис. 1

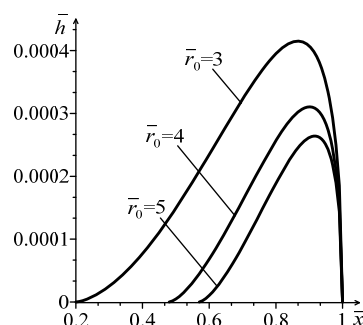


Рис. 2

Зауважимо, що у разі відсутності поверхневого термоопору на берегах тріщини, заповненої теплопровідним середовищем, скерований до компонента з меншою термічною дистортивністю тепловий потік зумовлює локальне зменшення розкриття міжфазної тріщини, проте не зумовлює частковий контакт її берегів [3].

1. Кит Г. С., Мартыняк Р. М., Нагалка С. П., Гончар Х. И. Задача термоупругости для биматериала с межфазной трещиной, берега которой контактируют на центральном участке // Теорет. и прикладная механика. 2002. – Вып.36. С.83-90.
2. Мартыняк Р. М., Гончар Х. И., Нагалка С. П. Моделирование термомеханического закрытия початково раскрытой межфазной трещины, наделяемой термоопором // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2003. – 39, №5. – С. 59–66.

3. Мартыняк Р.М., Гончар Х.И. Термоупругое деформирование биматериала с межфазным дефектом, заполненным теплопроводной средой // Теорет. и прикладная механика. – 2005. – Вып. 41. – С. 58-62.
4. Мартыняк Р. М., Гончар Х.И. Моделювання термопружної поведінки біматеріалу з теплопроникною міжфазною тріщиною // Прикл. пробл. мех. і мат. – 2005. – Вип. 3. – С. 83-88.
5. Мартыняк Р.М., Середницкая Х.И. Термоупругость кусочно-однородного тела с межфазной теплопроницаемой трещиной // Теорет. и прикладная механика. – 2011. – Вып. 3 (49). – С. 91-98.

#### **TRANSFORMATION OF HEAT - PERMEABLE INTERFACIAL CRACK UNDER ACTION OF HEAT FLOW**

*Taking into account the comprehensive effect of surface films and a crack filler, the partial contact between surfaces of an interfacial crack under the heat flow action is investigated. The problem is reduced a nonlinear system of singular integro-differential equations for the crack closure and the temperature jump between the crack surfaces. The solution to this system is constructed using the methods of successive approximations and collocations. It is showed that increase in the thermal conductivity of the filler and decrease in the thermal resistance of the films lead to increase in the crack closure and decrease in the length of the region where the crack surfaces are in contact.*