УДК 539.3

ТЕРМОПРУЖНИЙ СТАН НЕРІВНОМІРНО НАГРІТОГО БЕЗМЕЖНОГО ТРЬОХСКЛАДОВОГО ТІЛА ЗА ІМПУЛЬСНОЇ ДІЇ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ

Процюк Б.В., Горун О.П.

ІППММ ім. Я.С.Підстригача, dept19@iapmm.lviv.ua, oleggorun@gmail.com

В різноманітних галузях промисловості широко використовують кусково-однорідні елементи конструкцій, зокрема, які складаються з двох масивних частин з плоскими межами поділу, з'єднаних проміжковим шаром. Актуальним питанням є аналітичне дослідження їхнього термопружного стану під впливом імпульсної теплової дії.

Під час розв'язування задач теплопровідності для відповідних тіл часто використовують умови неідеального теплового контакту. У найбільш загальному вигляді їх отримано у [1], виходячи із задачі теплопровідності для тришарових ідеальноконтактуючих тіл за припущення малої товщини проміжкового шару.

У даній роботі з використанням підходу, який базується на застосуванні узагальнених функцій та функцій Гріна пропонується аналітичний розв'язок квазістатичної задачі термопружності для безмежного трьохскладового тіла без обмежень на товщину проміжкового шару. При цьому вважається, що початкові температури складових різні, а на одній з поверхонь поділу зосереджені джерела тепла, інтенсивність яких має імпульсний характер зміни.

Розглянемо одновимірну задачу теплопровідності, віднесену до циліндричної системи координат для області, яку займають два півбезмежних тіла, з'єднаних проміжковим шаром. Циліндричні поверхні є теплоізольованими. Коефіцієнти теплопровідності $\lambda_t^{(i)}$ та об'ємної теплоємності c_{Vi} $\left(i=1,2,3\right)$ є сталими в межах кожної області. Нехай на поверхні поділу $z_1=0$ діє періодичне джерело тепла імпульсного характеру зміни інтенсивності. Вважаємо, що початкова температура проміжкового шару стала, а початкові температури півпросторів змінюються експоненціально. На поверхнях поділу $z_1=0$ і $z_2=h$ виконуються умови ідеального теплового контакту.

У цьому випадку для визначення температурного поля маємо рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\lambda_t(z)\frac{\partial t}{\partial z}\right]=c_V(z)\frac{\partial t}{\partial \tau}-w_t(z,\tau)\quad(-\infty\le z\le\infty)\ ,\qquad(1)$$

граничну та початкову умови

$$t(z,\tau)\big|_{z\to\pm\infty}=0\,,\qquad(2)$$

$$t(z,\tau)\Big|_{\tau=0}=t_{01}(z)+\sum_{k=1}^{2}\left[t_{0,k+1}(z)-t_{0,k}(z)\right]S(z-z_k)\,,\qquad(3)$$

$$t_{01}(z)=T_{01}e^{k_1 z}\,,\ t_{02}(z)=T_{02}\,,\ t_{03}(z)=T_{03}e^{-k_3(z-h)},\qquad(4)$$

де

$$\lambda_t(z)=\lambda_t^{(1)}+\sum_{k=1}^{2}\left(\lambda_t^{(k+1)}-\lambda_t^{(k)}\right)S(z-z_k)\,,$$

$c_V(z)=c_{V1}+\sum_{k=1}^{2}(c_{V\,k+1}-c_{V\,k})S(z-z_k)$, $S(z)$ - функція Хевісайда, $\delta(z)$ - дельта-функція Дірака, $\tilde{w}_t(\tau)=q_0\sum_{i=0}^{m-1}\left[S(\tau-b_i)-S(\tau-b_i-\tau_1)\right]$, q_0 - потужність джерела тепла $[q_0]=\left[\frac{Вт}{м^2}\right]$, $b_i=i(\tau_1+\tau_2)$, τ_1 - тривалість імпульсу, τ_2 - тривалість паузи, m - кількість імпульсів; індексу $i=1$ відповідають величини, які належать півпростору $-\infty\le z\le 0$, $i=2$ - проміжковому шару ($0\le z\le h$), $i=3$ - півпростору $h\le z\le+\infty$.

За допомогою функцій Гріна розв’язок задачі теплопровідності (1)-(3) подається у вигляді:

$$t_i(z,\tau)=\tilde{t}_i(z,\tau)+\tilde{\vartheta}_i(z,\tau),$$

$$\tilde{t}_i(z,\tau)=\int_{-\infty}^{0}c_{V1}G_{i1}(z,\zeta,\tau)T_{01}e^{k_1\zeta}d\zeta+\int_{0}^{h}c_{V2}G_{i2}(z,\zeta,\tau)T_{02}d\zeta+$$

$$+\int_{h}^{\infty}c_{V3}G_{i3}(z,\zeta,\tau)T_{03}e^{-k_3(\zeta-h)}d\zeta\ ,\qquad(5)$$

$$\tilde{\vartheta}_i(z,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\tau}q_0G_{i1}(z,\zeta,\tau-\tau')\sum_{i=0}^{m-1}\left[S(\tau-b_i)-S(\tau-b_i-\tau_1)\right]\delta(\zeta)\,d\zeta\,d\tau'\,,\qquad(6)$$

де $G_{ij}(z,\zeta,\tau)$ - елементи матриці Гріна [2].

Після підстановки у (5) та (6) виразів для елементів матриці Гріна та обчислення інтегралів, було знайдено явний вигляд функцій $\tilde{t}_i(z,\tau)$ [3] та $\tilde{\vartheta}_i(z,\tau)$.

Із знайденого розв'язку отримано низку часткових випадків для одно- та двоскладових безмежних тіл [4,5,6]. Окремо проаналізовано розв'язок для двоскладового простору з кусково-сталою початковою температурою.

Оскільки температурне поле змінюється вздовж однієї координати, то у розглядуваному вільному від силових навантажень тілі з гладко закріпленими циліндричними поверхнями будуть лише нормальні напруження в напрямках, паралельних до поверхні поділу. У цьому випадку такими напруженнями будуть [7]

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_0(z,\tau) = -\frac{E(z)}{1-\upsilon(z)}\alpha_t(z)\,t(z,\tau),$$

де $\upsilon(z)$, $E(z)$, $\alpha_t(z)$ - кусково-неперервні функції, які співпадають в межах i-ої складової відповідно з коефіцієнтами Пуассона υ_i, модулями пружності E_i, коефіцієнтами лінійного розширення α_{t_i}.

На основі отриманих розв'язків досліджено вплив фізико-механічних характеристик та товщини проміжкового шару на розподіл нестаціонарних температурних полів та спричинених ними напружень.

1. *Подстригач Я.С.* Температурное поле в системе твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя // Инж.-физ. журн. 1963.-6. № 10. С.59-64.
2. *Процюк Б.В., Верба І.І.* Нестаціонарне одновимірне температурне поле тришарових тіл з плоско-паралельними межами поділу // Вісник Львів. ун.- ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 1999. – Вип. 1. – С. 200-205.
3. Горун О.П. Одновимірне температурне поле двох півпросторів, з'єднаних проміжковим шаром за різних початкових температур// Конференція молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я. С. Підстригача. Тези доповідей. – Львів: ІППММ, 2011. – С. 65-66.
4. *А.И. Пехович, В.М. Жидких*, «Расчеты теплового режима твердых тел» 1976.
5. *Г.Карслоу, Д.Егер.* Теплопроводность твердых тел.- М.: "Наука", 1964. 488 с.
6. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. -М.: Высшая школа,1967.- 600 с.
7. Кушнір Р.М., Процюк Б.В., Синюта В.М. Температурні напруження та переміщення в багатошаровій пластині з нелінійними умовами теплообміну/Фіз.-хім.механіка матеріалів, 2002.-№6.- с.31-38.

THE THERMOELASTIC STATE OF A NON UNIFORMLY HEATED INFINITE THREELAYER BODY UNDER AN IMPULSIVE ACTION OF A HEAT FLOW

With using of the Green's functions for a threelayer space the analytical solution of the quasi-static problems of thermoelasticity for a non uniformly heated infinite threelayer body, at a separation surface of which, the heat sources are concentrated, the intensity of which has an impulse character of change, is obtained.