

## МЕТОДИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ ДЛЯ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ НЕЛІНІЙНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Прокопишин І.І.

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, ihor84@gmail.com

Розглянуто задачу про односторонній контакт кількох нелінійно пружних тіл скінченних розмірів. На основі праць [1, 2] здійснено варіаційні формулювання цієї задачі у вигляді проблеми мінімізації неквадратичного функціонала сумарної енергії деформації тіл на опуклій замкнутій множині кінематично допустимих переміщень та у вигляді нелінійної варіаційної нерівності на цій множині. Встановлено умови існування і єдиності розв'язку отриманих варіаційних задач.

Застосовано метод штрафу для зведення нелінійної варіаційної нерівності на опуклій замкнутій множині до розв'язування нелінійного варіаційного рівняння у вихідному гільбертовому просторі. Показано існування і єдиність розв'язку варіаційного рівняння зі штрафом та доведено сильну збіжність цього розв'язку до розв'язку вихідної варіаційної нерівності при прямуванні параметра штрафу до нуля.

Для розв'язування нелінійного варіаційного рівняння зі штрафом, що відповідає задачам про контакт нелінійно пружних тіл, запропоновано два класи стаціонарних і нестаціонарних ітераційних методів [3, 4], які реалізують декомпозицію по підобластях, тобто які зводять розв'язування задачі у всій області до розв'язування послідовності задач в окремих тілах. При побудові ітераційних методів першого класу використано лише перші диференціали Гато енергії нелінійної деформації кожного з тіл, а в методах другого класу застосовано ще й другі диференціали Гато цієї енергії.

На кожному ітераційному кроці отриманих методів декомпозиції області (МДО) необхідно паралельно розв'язувати деякі лінійні варіаційні рівняння для окремих тіл, що відповідають задачам теорії пружності з умовами Робіна на зонах можливого контакту та з додатковими об'ємними силами у тілах.

Доведено теореми про збіжність запропонованих методів.

Перевагами розроблених МДО є простота алгоритмів та регуляризація вихідної контактної задачі завдяки застосуванню варіаційного формулювання зі штрафом. Ці методи містять лише один ітераційний цикл, у якому ітерація по підобластях (тілах) поєднується з ітерацією для врахування нелінійних контактних умов та з ітерацією для врахування нелінійності співвідношень між деформаціями і напруженнями.

1. *Кравчук А.С.* Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // ПММ. – 1978. – **42**, № 3. – С. 467-473.
2. *Кузьменко В.И.* О вариационном подходе к теории контактных задач для нелинейно-упругих слоистых тел // ПММ. – 1979. – **43**, № 5. – С. 893-901.
3. *Прокopiшин І.І.* Методи декомпозиції області для задач одностороннього контакту нелінійно пружних тіл // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2012. – Вип. 15. – 13 с. (подано).
4. *Prokopyshyn I.I., Dyuk I.I., Martynyak R.M., Prokopyshyn I.A.* Penalty Robin–Robin domain decomposition schemes for contact problems of nonlinear elastic bodies // Proceedings of DD20, the 20th International Conference on Domain Decomposition Methods, University of California at San Diego, February 2011. – 8 с. (подано).

#### **DOMAIN DECOMPOSITION METHODS FOR CONTACT PROBLEMS OF NONLINEAR ELASTICITY**

*We have proposed on continuous level two classes of domain decomposition methods for solution of unilateral multibody contact problems in nonlinear elasticity, which are based on the penalty method for nonlinear variational inequalities and some stationary or nonstationary iterative methods for nonlinear variational equations. We have shown the existence of a unique solution of the penalty variational equation and have proved the convergence theorems for domain decomposition methods and the penalty method.*