

ПРО РІВНОМІРНУ РЕЗОЛЬВЕНТНУ ЗБІЖНІСТЬ СИНГУЛЯРНИХ ГАМІЛЬТОНІАНІВ НА ГЕОМЕТРИЧНИХ ГРАФАХ

Манько С.С.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача
Національної академії наук України, stepan.manko@gmail.com

Протягом кількох останніх десятиліть значно зріс інтерес до спектральної теорії диференціальних операторів на геометричних графах. Оператори на графах застосовують у теорії оптичних кристалів, акустиці, теорії хвилеводів, у квантовому хаосі та багатьох інших галузях природознавства. Це передусім пов'язано зі значним розвитком нанотехнологій та мікроелектроніки, що дозволило виготовляти надтонкі мережеподібні конструкції, для яких природно виникають фізичні моделі на графах. У квантовій фізиці ці моделі дістали назву квантових графів. Одній із таких моделей присвячена доповідь.

У праці [1] розглянуто сім'ю гамільтоніанів зі сингулярними потенціалами на геометричному графі. Сингулярні потенціали залежать від малого параметра. В цій роботі вивчено граничну поведінку спектрів та власних підпросторів сім'ї збурених операторів, коли параметр регуляризації прямує до нуля. Побудовано оператор, спектральні характеристики (спектри і власні підпростори) якого є границями спектральних характеристик сім'ї збурених операторів. Отриманий оператор назвали граничним, хоча в цій праці не досліджено питання про збіжність сім'ї збурених операторів в жодній топології.

Продовження цих досліджень висвітлені в праці [2]. Тут розв'язали задачу розсіювання на аналогічному сингулярному потенціалі, що зосереджений у вершині геометричного графа, й показали, що такий потенціал майже завжди асимптотично непроникний. Крім того, коефіцієнти розсіяння на такому потенціалі прямують до відповідних розв'язків задачі розсіяння для граничного гамільтоніана, отриманого в [1]. Це ще раз підтверджує, що граничний оператор є хорошою з фізичного погляду апроксимацією сім'ї збурених операторів.

Доповідь стосується результатів праці [3], де доведено, що граничний оператор, отриманий в [1,2], є границею в рівномірній резольвентній топології сім'ї збурених гамільтоніанів. Це результат “оправдовує” вибір граничного оператора не лише з фізичного, але й математичного погляду.

Результати робіт [1,2,3] є узагальненням аналогічних результатів [4,5,6] для прямої, яку можна розглядати як геометричний граф з двома ребрами та

однією вершиною. У цьому випадку сім'я сингулярних потенціалів апроксимує першу похідну дельта-функції Дірака. Вперше, як нам відомо, такий підхід до вивчення одновимірного оператора Шредінгера з потенціалом, який є першою похідною дельта-функції Дірака, застосували у роботі [7].

1. Манько С.С. Про оператор Шредінгера зі сингулярним потенціалом на геометричному графі // Науковий вісник Чернівецького нац. ун-ту. Математика. – 2011. – **1**, №3. – С. 61-71.
2. Man'ko S.S. On δ' -like potential scattering on star graphs // J. Phys. A: Math. Theor. – 2010. – **43**, №44. – ID 445304.
3. Man'ko S.S. On norm resolvent convergence of singular graph Hamiltonians – *in preparation*.
4. Головатий Ю.Д., Манько С.С. Точні моделі для операторів Шредінгера з δ' -подібними потенціалами // Укр. матем. вісник. –2009. – **6**, №5. – С. 173-207.
5. Манько С.С. Про оператори Шредінгера та Штурма-Ліувілля з δ' -потенціалами // Вісник Львів. ун-ту. Серія мех.-мат. –2009. – №71. – С. 142-155.
6. Golovaty Yu. D., Hryniv R. O. On norm resolvent convergence of Schrödinger operators with δ' -like potentials // J. Phys. A: Math. Theor. – 2010. – **43**, №4. – ID 155204.
7. Šeba P. Some remarks on the δ' -interaction in one dimension // Rep. Math. Phys. – 1986. – **24**, №1. – P. 111-120.

ON NORM RESOLVENT CONVERGENCE OF SINGULAR HAMILTONIANS ON METRIC GRAPHS

We deal with Hamiltonians on noncompact star metric graphs with singular potentials depending on a small parameter. In [1,2] it was introduced approximations (limit operators) for such singular Hamiltonians. Limit operators were determined by the proximity of energy levels, pure states and scattering quantities for singular and limit Hamiltonians. The present talk concerns norm resolvent convergence of these Hamiltonians to the limit ones.