

ПРО ВЗАЄМОДІЮ БЕРЕГІВ ТРІЩИНИ У ПЛАСТИНІ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПІД ЧАС ЗГИНУ ЗОСЕРЕДЖЕНОЮ СИЛОЮ

Маковійчук М.В.

Івано-Франківський сектор ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України,
makoviy@ua.fm

Розглянемо нескінченну ізотропну пластину завтовшки $2h$, що підкріплена пружною основою Вінклера і містить наскрізну прямолінійну тріщину завдовжки $2l$. Нехай на лінії тріщини на відстані a від її центру перпендикулярно до пластини прикладено зосереджену силу P . Решта поверхонь пластини вільна від навантаження. Дослідимо вплив пружної основи та контактної взаємодії берегів тріщини на напружений стан та граничну рівновагу пластини.

Сформулюємо крайову задачу для рівнянь плоского напруженого стану та згину пластини на пружній основі із взаємопов'язаними умовами контакту на лінії розрізу [1]:

$$D\Delta\Delta w + kw = 0, \quad \Delta\Delta\varphi = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 / L. \quad (1)$$

$$[u_y] = h |[\theta_y]| \geq 0, \quad M_y = h N_y \operatorname{sgn}[\theta_y], \quad N_y \leq 0, \quad x \in L. \quad (2)$$

$$N_x = N_{xy} = N_y = 0; \quad M_x = M_{xy} = M_y = 0; \quad Q_x^* = Q_y^* = 0, \quad (x, y) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Тут φ – функція напружень, w – прогин пластини; $D = 2Eh^3 / (3(1 - \nu^2))$, E і ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона її матеріалу; k – коефіцієнт жорсткості основи; Δ – оператор Лапласа; $L = (-l, l)$ – відрізок, що містить тріщину; $[u_y]$ – розкриття тріщини в серединній поверхні пластини, $[\theta_y]$ – стрибок кута повороту нормалі на берегах розрізу; N_{ij} – мембранні сили, M_{ij} – моменти, Q_i^* – узагальнені поперечні сили.

Для побудови розв'язку сформульованої задачі використано метод сингулярних інтегральних рівнянь. Інтегральні вирази сил та моментів через похідні від стрибків переміщення і кута повороту мають вигляд:

$$N_y(x, 0) = \frac{B}{4\pi} \int_{-l}^l \frac{1}{\xi - x} [u_y]'(\xi) d\xi,$$

$$M_y(x, 0) = M_y^0(x, 0) - \frac{D}{4\pi} \int_{-l}^l K_0(\xi - x) [\theta_y]'(\xi) d\xi. \quad (4)$$

Тут $M_y^0(x, 0) = \frac{P}{2\pi} \left(\nu \operatorname{kei}''(\gamma |x - a|) + \frac{\gamma}{|x - a|} \operatorname{kei}'(\gamma |x - a|) \right)$ відповідає основному напруженому станові, $K_0(z) = \frac{2(1-\nu)^2}{z} \left(\frac{2}{\gamma |z|} \operatorname{kei}'(\gamma |z|) - \operatorname{ker}(\gamma |z|) \right) - 2(1-\nu^2)\gamma \operatorname{sgn} z \operatorname{ker}'(\gamma |z|) - 2\gamma^2 \int_0^z \operatorname{kei}(\gamma |z|) dz$ – ядро, $\gamma = (k/D)^{1/4}$, $z = \xi - x$, $\operatorname{ker}(\dots)$, $\operatorname{kei}(\dots)$ – функції Кельвіна.

Підставляючи інтегральні подання (4) у крайові умови (2) та виключаючи $[u_y]$, дістали інтегральне рівняння задачі на визначення знакосталого за припущенням стрибка повороту нормалі. У випадку неврахування контакту берегів, розв'язували перше рівняння (1) з класичною крайовою умовою $M_y = 0$ на розрізі та з умовами (3) на безмежності.

Числові розв'язки задач з урахуванням та без урахування контакту отримано методом квадратур. За знайденими стрибками переміщень та кутів повороту нормалі підраховано коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів в околі вершин дефекту та розподіл контактної реакції по довжині тріщини. Із енергетичного критерію руйнування при комбінованому розтязі-згині встановлено граничне навантаження, при якому розпочинається поширення тріщини. Для фіксованих значень безрозмірної координати точки прикладання зосередженої сили побудовано графічні залежності отриманих результатів від параметра жорсткості основи. Встановлено межу області коректності постановки задачі, коли закриття тріщини відбувається по всій довжині.

1. Шацький І.П., Маковійчук М.В. Контактна взаємодія берегів тріщини під час згину пластини на пружній основі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2003. – 39, № 3. – С. 59–62.

ABOUT INTERACTION OF EDGES OF CRACK IN A PLATE ON ELASTIC FOUNDATION DURING BENDING BY CONCENTRATED FORCE

The problem of bending of cracked plate on elastic foundation by concentrated force in two-dimensional statement has been considered. Crack closure is described using the model of contact along a line in facial surfaces. The influence of cracks edges contact, rigidity of elastic foundation and distance between loading force and crack on the strain-stress state of plate has been investigated.