УДК 512.548

КЛАСИФІКАЦІЯ ТОТОЖНОСТЕЙ ТИПУ (3;2) НА КВАЗІГРУПАХ

Г. Крайнічук

Вінницький соціально-економічний інститут, e-mail:kraynichuk@ukr.net

Будемо говорити, що загальне функційне рівняння має тип *(m;n)*, якщо воно має дві предметних змінних з появами *m* і *n* відповідно.

Коваль Р. у своїй дисертації [1] класифікувала загальні функційні рівняння типу *(3;2)*. Всього таких рівнянь з точністю до парастрофної рівносильності [2] точно три:

$$F_1(x;F_2(x;y))=F_3(x;y), \qquad F_1(F_2(x;x);y)=F_3(x;y), \qquad F_1(F_2(x;x);x)=F_3(y;y)$$

У 1983 році тотожності, які визначають такі функційні рівняння, вивчав Білоусов В.Д. при додаткових умовах (див. означення 5) в [3]. Він розглядав лише функційні рівняння без квадратів і довів, що всі вони парастрофно рівносильні першому рівнянню з наведених, припускаючи, що всі функційні змінні попарно парастрофні. У цій же праці [3] класифіковано тотожності типу *(3;2)* без квадратів на квазігрупах і доведено, що всього їх є сім, п'ять з яких добре відомі.

Інших два функційних рівняння, які отримала Р. Коваль мають квадрат, тобто терм виду *F(x;x)*. Розглянемо їх за тих самих умов, тобто ті рівняння на квазігрупах, в яких всі функційні змінні попарно парастрофні, інакше кажучи парастрофні тотожності.

Теорема 1. Будь-яка парастрофна тотожність виду

$$(x \overset{\sigma}{\cdot} x) \overset{\nu}{\cdot} x = y \overset{\tau}{\cdot} y, \text{ де } \sigma,\nu,\tau \in S_3,$$

на квазігрупах визначає:

1) клас лівих луп з тотожністю $x^2 \cdot x = e$, якщо виконується принаймні одна з умов:

1.1. $\tau \in \{\ell; r\ell\}, \nu = \varepsilon, \sigma \in \{\varepsilon; s\}$;

1.2. $\tau \in \{r; \ell r\}, \nu = s, \sigma \in \{\varepsilon; s\}$;

1.3. $\tau \in \{\varepsilon; s\}, \nu = \sigma = \ell$;

1.4. $(\tau,\nu) \in \{\{r;\ell r\},\{\ell; r\ell\}\}, \sigma \in \{\ell; r\}$;

1.5. $(\tau,\nu) \in \{\{r;\ell\},\{\ell r; r\ell\}\}, \sigma \in \{\ell r; r\ell\}$;

2) клас лівих луп з тотожністю $x \cdot x^2 = e$, якщо виконується принаймні одна з умов:

2.1. $\tau \in \{\ell; r\ell\}, \nu = s, \sigma \in \{\varepsilon; s\}$;

2.2. $\tau \in \{r; \ell r\}, \nu = \varepsilon, \sigma \in \{\varepsilon; s\}$;

2.3. $\tau \in \{\varepsilon; s\}, \nu = \sigma = r$;

2.4. $(\tau, \nu) \in \{\{r; \ell\}, \{\ell r; r\ell\}\}, \sigma \in \{\ell; r\}$;

2.5. $(\tau, \nu) \in \{\{r; \ell r\}, \{\ell; r\ell\}\}, \sigma \in \{\ell r; r\ell\}$;

3) клас одноелементних квазігруп, в інших випадках.

Зауважимо, що тотожності $x^2 \cdot x = e$ та $x \cdot x^2 = e$ нерівносильні. Справді, в квазігрупі $(Z_5; \circ)$, де $x \circ y := 2x + y$ перша тотожність хибна, а друга –істинна.

1. *Коваль Р.Ф.*, Класифікація функційних рівнянь малої довжини на квазігрупових операціях// дисер. на здобуття наук. ступ. канд. фіз.-мат. наук. – Вінниця, 2005.
2. *Сохацький Ф.М.,* Про класифікацію функційних рівнянь на квазігрупах// Укр. матем. журн. – 2004. – Т.56, №4. –С. 1259-1266.
3. *Belousov V.D.*Parastrophic-orthogonal quasigroups //Quasigroups and Related Systems 13. – 2005. –P. 25-72.

CLASSIFICATION OF IDENTITIES OF THE TYPE (3;2) ON QUASIGROUPS

R. Koval proved that there exist exactly three classes of generalized functional equations of the type (3;2) on quasigroups up to parastrophic equivalency. Parastrophic identities (i.e. functional equations having pairwise parastrophic functional variables) belonging to one of these classes were classified by V.D. Belousov. Classification of parastrophic identities from another class is given here.