

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ ПОЛЯРИЗОВАНОГО СВІТЛА З НАПРУЖЕНИМ ДІЕЛЕКТРИЧНИМ ШАРОМ

Васьо Н.О.

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, vaso@ippmm.lviv.ua

Розглядається однорідний діелектричний шар, що займає область простору $\mathbf{S} = (0 < x < h, -\infty < y < \infty, -\infty < z < \infty)$, де h — товщина шару, x , y та z — декартові координати.

Шар розділяє два півпростори $\mathbf{S}^{(1)} = (-\infty < x < 0, -\infty < y < \infty, -\infty < z < \infty)$ та $\mathbf{S}^{(2)} = (0 < x < h, -\infty < y < \infty, -\infty < z < \infty)$, які заповнені однорідним ізотропним діелектричним матеріалом з відносними діелектричними проникностями ε_1 та ε_2 відповідно.

Шар перебуває в однорідному напружено-деформованому стані, який визначається тензором деформації $\hat{\mathbf{e}} = \{e_{ij}\}$. Головні осі тензора $\hat{\mathbf{e}}$ напрямлені вздовж координатних осей x , y , z , тож матриця (e_{ij}) компонент тензора $\hat{\mathbf{e}}$ в базі цієї системи координат є діагональна: $(e_{ij}) = \text{diag}(e_{11}, e_{22}, e_{33})$.

У вихідному ненапруженому стані матеріал шару є оптично ізотропний і характеризується діелектричною проникністю ε .

Напружено-деформований стан шару створює оптичну анізотропію матеріалу, яка визначається тензором діелектричної проникності ε_{ij} . Зв'язок між діелектричними властивостями матеріалу та напружено-деформованим станом шару \mathbf{S} виражається в лінійному наближенні співвідношеннями [1]

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon \delta_{ij} + \Delta \varepsilon_{ij}, \quad \Delta \varepsilon_{ij} = D_{ijkl} e_{kl} \quad (1)$$

Тут $\Delta \varepsilon_{ij}$ — зміна діелектричної проникливості матеріалу шару, зумовлена деформацією, D_{ijkl} — компоненти тензора четвертого рангу, який враховує зміну діелектричної проникливості матеріалу із деформацією.

Для ізотропних матеріалів тензор $\{D_{ijkl}\}$ має лише дві незалежні компоненти. Тож, у цьому випадку маємо

$$\Delta \varepsilon_{ij} = 2pe_{ij} + p_0 e_{kk} \delta_{ij} \quad (2)$$

де p та p_0 константи матеріалу.

З урахуванням цього та беручи до уваги діагональність тензора деформації $\hat{\varepsilon}$, отримуємо, що тензор діелектричної проникливості деформованого шару є діагональний: $(\varepsilon_{ij}) = \text{diag}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33})$, де

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \varepsilon + (2p + p_0)e_{11} + p_0(e_{22} + e_{33}) \\ \varepsilon_{22} &= \varepsilon + (2p + p_0)e_{22} + p_0(e_{11} + e_{33}) \\ \varepsilon_{33} &= \varepsilon + (2p + p_0)e_{33} + p_0(e_{11} + e_{22}) \end{aligned} \quad (3)$$

На поверхню розділу середовищ $x = 0$ з півпростору $\mathbf{S}^{(1)}$ у напрямку осі Ox падає плоска монохроматична електромагнітна хвиля, напруженість електричного поля якої визначається як $\mathbf{E}^{(i)}(x, t) = \dot{\mathbf{E}}^{(i)} e^{i(kx - \omega t)}$, де $\dot{\mathbf{E}}^{(i)} = (0, \dot{E}_y^{(i)}, \dot{E}_z^{(i)})$ — вектор комплексної амплітуди падаючої хвилі, $\dot{E}_y^{(i)}$ та $\dot{E}_z^{(i)}$ — комплексні скаляри, які визначають компоненти $\dot{\mathbf{E}}^{(i)}$ на координатній осі y та z , k — хвильове число, ω — циклічна частота.

На поверхні $x = 0$ хвиля $\mathbf{E}^{(i)}(x, t)$ частково відбивається в півпростір $\mathbf{S}^{(1)}$ та заломлюється у шар. На межі $x = h$ заломлена хвиля відбивається та заломлюється у півпростір $\mathbf{S}^{(2)}$. Відбита поверхнею $x = 0$ та заломлена у півпростір $\mathbf{S}^{(2)}$ хвилі взаємодіють із деформованим шаром, тому їх параметри є залежні від компонент деформації e_{11}, e_{22}, e_{33} .

Виходячи із аналічного розв'язку сформульованої задачі взаємодії поляризованої електромагнітної хвилі з напружено-деформованим шаром \mathbf{S} , досліджено вплив компонент деформації на коефіцієнти відбивання та пропускання хвилі, а також зміну стану поляризації відбитої та заломленої в півпростір $\mathbf{S}^{(2)}$ хвиль. Показано, що ці параметри, які можна вимірювати із застосуванням фотометричних [2] і поляризаційно-оптичних [3] методів, можна використовувати як інформативні для задач неруйнівного визначення напружено-деформованого стану діелектричних тіл.

1. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. – Москва: Наука, 1982. – 425 с.
2. Гуревич М.М. Фотометрия. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1983. – 272 с.
3. Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. – Москва: Мир, 1981. – 583 с.

**MATHEMATICAL MODEL OF INTERACTION POLARIZED LIGHT
WITH HARD DIELECTRIC LAYER**

A mathematical model for polarized light interaction with stress-strained dielectric layer has been considered. Influence of the strain components on the reflection and transmission coefficients and on polarization state of the light wave has been studied. Possibilities of obtained results application for non-destructive determination of stress-strained state of dielectric bodies with the use of the data of photometry and polarization-optical techniques have been.