



УДК 519.853

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПОКРИТТЯ ОПУКЛОЇ БАГАТОГРАННОЇ МНОЖИНИ МІНІМАЛЬНОЮ КІЛЬКІСТЮ КОНГРУЕНТНИХ ПРЯМИХ ПАРАЛЕЛЕПІПЕДІВ**

**Сосюрка О.С.**

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,  
[addtrip@mail.ru](mailto:addtrip@mail.ru)

Задачі покриття [1] мають широкий спектр наукових та технічних застосувань, зокрема: при розпізнаванні образів у робототехніці, при молекулярному моделюванні, у пожежній безпеці, у системах статичного інспектування декількома видами сенсорів (телевізійні камери, датчики відстані, пожежні сенсори), при виконанні ремонтних робіт та у багатьох інших галузях.

Огляд літератури, присвяченій задачам покриття, дозволяє зробити висновки, що одним з найменш вивчених класів задач покриття є задачі покриття багатогранної множини у тривимірному просторі. На цей час відомі тільки дві роботи, присвячені розв'язуванню тривимірних задач покриття, одна з яких [2] обмежує кількість покриваючих об'єктів до двох, а інша [3] розглядає в якості об'єкта, що покривається, прямий паралелепіпед.

У роботі розглядається задача покриття опуклої багатогранної множини мінімальною кількістю однакових прямих паралелепіпедів. Розташування області покриття у просторі фіксоване, змінними є кількість паралелепіпедів та їх параметри розташування у просторі. Необхідно знайти мінімальну кількість паралелепіпедів заданого розміру та їх вектори трансляції за умови, що їх об'єднання буде містити область покриття. Розробка ефективного методу, що дає точний розв'язок, вимагає побудови адекватної математичної моделі. Для аналітичного опису критерію покриття використовується метод Ф-функції [4]. В якості засобу математичного та комп'ютерного моделювання відношення сім'ї покриваючих паралелепіпедів та області покриття застосовується апарат Г-функції (функції покриття) [5]. Побудовано математичну модель задачі з кусково-лінійною функцією цілі і неопуклою областю допустимих розв'язків. Досліджено основні особливості математичної моделі, на основі яких показано, що розв'язування розглянутої задачі можна звести до послідовності задач лінійного програмування.

На базі запропонованого методу розв'язування розроблено відповідне програмне забезпечення. Наведено результати числових експериментів.

1. Daniels K., Inkulu R. An Incremental Algorithm for Translational Polygon Covering // University of Massachusetts at Lowell Computer Science Technical Report. – 2001. – **1**. – P. 1-31.
2. Cao An Wang, Bo-Ting Yang, Binzhai Zhu. On some polyhedra covering problems // Journal of Combinatorial Optimization. – 2000. – **4**. – P. 437-447.
3. England B., Daniels K. A partition-based heuristic for translational box covering // Proceedings of the 12th WSEAS international conference on Computers “Recent advances in Computer Engineering”. – 2008. – P. 542-550.
4. Stoyan Yu., Scheithauer G., Pridatko D., Romanova T.  $\Phi$ -function for primary 3D objects // Technische Univarsitat Dresden. – 2002. – **15**. – P. 7-11.
5. Stoyan Yu. Covering a polygonal region by a collection of various size rectangles // Пробл. машиностроения. – 2007. – **10**:2. – С. 67-82.

**MATHEMATICAL MODEL AND SOLUTION METHOD FOR A COVERING PROBLEM OF A CONVEX POLYHEDRAL SET BY A MINIMAL NUMBER OF IDENTICAL RIGHT PARALLELEPIPEDS**

*A covering problem of a convex polyhedral set with non-empty interior, by the minimal number of congruent right parallelepipeds, having mutual parallel edges, is considered. Parallelepipeds can be only translated and their rotations are not permitted. A cover criterion is defined on the ground of the  $\Phi$ -function concept. An approach based on an application of the  $\Gamma$ -function (covering function) technique is used. A mathematical model is constructed and its basic characteristics are analyzed. A solution of the initial problem is reduced to solving a sequence of linear programming problems. Numerical examples are given.*