Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України
Рада молодих науковців і спеціалістів

Конференція молодих учених «ПІДСТРИГАЧІВСЬКІ ЧИТАННЯ – 2010»
м. Львів
25-26 травня 2010 року

Секція: СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ
http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2010/materials/pc2010-02-R-28.pdf

УДК 512.64

ПРО УНІТАЛЬНІ ДІЛЬНИКИ З КАНОНІЧНОЮ ДІАГОНАЛЬНОЮ ФОРМОЮ $\mathbf{\Phi(x) = diag\left(1,\ldots,1,\varphi(x),\ldots,\varphi(x)\right)}$ МНОГОЧЛЕННИХ МАТРИЦЬ

Романів А.М.

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, romaniv_a@ukr.net

Нехай P – нескінченне поле, $A(x)$ – неособлива $n\times n$ матриця над $P[x]$, що записана у вигляді матричного многочлена над P:

$$A(x) = A_k x^k + A_{k-1}x^{k-1} + \ldots + A_0 .$$

Матриця $A(x)$ називається *унітальною*, якщо $A_k = E$ – одинична матриця. Для неї існують такі оборотні матриці $P(x)$, $Q(x)$, що

$$P(x)A(x)Q(x) = diag\left(\varepsilon_1(x),\ldots,\varepsilon_n(x)\right) = \Psi(x)$$

– канонічна діагональна форма матриці $A(x)$. Запишемо матрицю $\Psi(x)$ у вигляді добутку

$$\Psi(x) = \Phi(x)\Delta(x) ,$$

де

$$\Phi(x) = diag\left(\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)\right),\ \varphi_i(x)\,|\,\varphi_{i+1}(x),\ i=1,\ldots,n-1,\ \deg\det\Phi(x) = nr .$$

П.С. Казімірський [1] встановив необхідні та достатні умови виділення унітального множника із матричного многочлена $A(x)$ з канонічною діагональною формою $\Phi(x)$ над полем комплексних чисел. Основним інструментом його досліджень було поняття визначальної матриці:

$$V(\Psi,\Phi) = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \dfrac{\varphi_2}{(\varphi_2,\varepsilon_1)}k_{21} & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \dfrac{\varphi_n}{(\varphi_n,\varepsilon_1)}k_{n1} & \dfrac{\varphi_n}{(\varphi_n,\varepsilon_2)}k_{n2} & \ldots & \dfrac{\varphi_n}{(\varphi_n,\varepsilon_{n-1})}k_{n,n-1} & 1 \end{Vmatrix},$$

де

$$k_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \dfrac{(\varphi_i, \varepsilon_j)}{\varphi_j} = 1; \\ k_{ij0} + k_{ij1}x + \ldots + k_{ijh_{ij}} x^{h_{ij}}, & \text{якщо } \dfrac{(\varphi_i, \varepsilon_j)}{\varphi_j} \neq 1, \quad \text{де } h_{ij} = \dfrac{(\varphi_i, \varepsilon_j)}{\varphi_j} - 1, \end{cases}$$

де k_{ijl} – незалежні змінні, $i = 2, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, n-1$, $i > j$. Позначимо через $P(k)[x]$ – трансцедентне розширення поля P за рахунок приєднання всіх k_{njl}. Будемо говорити, що *матричний многочлен* $B(x)$ *регуляризується справа*, якщо існує така оборотна матриця $U(x)$, що $B(x)U(x)$ – унітальна матриця.

Теорема. Для того, щоб із неособливого матричного многочлена
$$A(x) = P^{-1}(x)\Psi(x)Q^{-1}(x)$$
можна було виділити лівий унітальний дільник з канонічною діагональною формою
$$\Phi(x) = diag\left(1, \ldots, 1, \underbrace{\varphi(x), \ldots, \varphi(x)}_{s}\right), \ \deg\det\Phi(x) = nr, \ 1 \le s < n.$$
необхідно та достатньо, щоб матриця $\left(V(\Psi,\Phi)P(x)\right)^{-1}\Phi(x)$ регуляризувалася справа над $P(k)[x]$.

1. *Казимирский П.С.* Решение проблемы выделения регулярного множителя из матричного многочлена // Укр. мат. журн. – 1980. – **32**, №4. – С. 483–498.

ON MONIC DIVISORS WITH CANONICAL DIAGONAL FORM $\mathbf{\Phi(x) = diag\left(1, \ldots, 1, \varphi(x), \ldots, \varphi(x)\right)}$ OF POLYNOMIAL MATRICES

For a nonsingular polynomial matrix over an infinite field the necessary and sufficient conditions of existence of a monic factor with canonical diagonal form $\Phi(x) = diag\left(1, \ldots, 1, \varphi(x), \ldots, \varphi(x)\right)$ *are established.*