Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України Рада молодих науковців і спеціалістів

Конференція молодих учених «ПІДСТРИГАЧІВСЬКІ ЧИТАННЯ – 2010» м. Львів 25-26 травня 2010 року

Секція: СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ
http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2010/materials/pc2010-02-O-23.pdf

УДК 512.531+533+552.7

τ −ПЛОСКІ ПОЛІГОНИ

Олійник Р.М.

Львівський національний університет імені Івана Франка, forvard-or@ukr.net

Всюди в цьому повідомленні S позначає комутативну напівгрупу з 0 і 1. Використовувані терміни, означення які тут відсутні, можна знайти в [2-5]. Категорію правих унітарних та центрованих $S-$ полігонів позначаємо через $S-Act$.

Нехай Q – множина правих конгруенцій моноїда S . Розглядатимемо такі три властивості конгруенцій з Q :

1) якщо $\alpha \in Q$ і $\alpha \subseteq \beta \in Con(S)$, то $\beta \in Q$;
2) якщо $\alpha \in Q$, то $(\alpha : s) \in Q$ для будь-яких $s \in S$;
3) якщо $\alpha \in Q$ і $\beta \in Con(S)$ така, що $(\beta : s)$, $(\beta : t) \in Q$ для всіх пар $(s,t) \in \alpha \setminus \beta$, то $\beta \in Q$.

Для кожної множини конгруенцій Q визначається функція τ на об’єктах категорії правих $S-$полігонів, яка кожному полігонові M співставляє його підмножину

$$\tau(M) = \left\{ x \in M \middle| (\Delta_M : x) \in Q \right\}.$$

Зауважимо, що $\tau(M)$ необов'язково підполігон. Але при деяких умовах на множину Q підмножина $\tau(M)$ може виявитися підполігоном в M . Зокрема це буде так, коли виконуються умови 1), 2) або 1)-3). Надалі припускаємо, що зафіксована деяка множина Q правих конгруенцій моноїда S і відповідна функція τ .

Через $\otimes_S$ будемо позначати тензорний добуток полігонів [2, ст. 155]. Поняття $\tau-$плоского модуля було введено Пономарьовим в [1]. Ми використовуємо аналогічне означення для полігонів.

Означення. Нехай $M-$правий і $C-$лівий $S-$полігони. Будемо говорити, що C – $M-\tau-$*плоский*, якщо для будь-якого підполігону N з M такого, що $\tau(M/N) = M/N$ природній гомоморфізм $N \otimes_S C \to M \otimes_S C$ буде мономорфізмом.

Теорема. Нехай множина Q задовольняє умови 1) та 2). Наступні властивості лівого полігона C еквівалентні:

1) Для будь-якої правої конгруенції $\rho \in Q$, яка визначається підмоноїдом R_ρ в моноїді $S \times S$, така послідовність буде точною:

$$0 \to R_\rho \otimes_S C \to S \otimes_S C.$$

2) Для правої конгруенції $\rho \in Q$ має місце ізоморфізм $R_\rho \otimes_S C \cong R_\rho C$.

3) Полігон C буде $M - \tau -$ плоским для довільного скінчено породженого правого полігона M .

4) Для довільної точної послідовності

$$A \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} B$$

такої, що A – скінчено породжений та $\tau(B/\rho_I) = B/\rho_I$, послідовність

$$A \otimes_S C \xrightarrow{f \otimes 1_C} M \otimes_S C \xrightarrow{g \otimes 1_C} B \otimes_S C,$$

де 1_C – тотожній автоморфізм лівого полігона C, буде точною.

Кожен плоский полігон буде $\tau -$ плоским. Навпаки невірно. Нехай $S = \mathrm{N}$, де N – моноїд натуральних чисел з нулем та $Q = \left\{ \rho_{3^n \mathrm{N}} \middle| n = 0,1... \right\}$ квазі-фільтр (див. [5]). Тоді полігон $\mathrm{N}/\rho_{2\mathrm{N}}$ буде $\tau -$ плоским, але не є плоским.

1. *Пономарев А. И.,* $\tau -$ классически полупростые кольца. - Тезыси докладов Всесоюзного алгебраического сиппозиума. II, Гомель, 1975, - С. 334–335.
2. *Kilp M., Knauer U., Mikhalev A. V.,* Monoids, Acts and Categories. - Valter de Gruyter, Berlin–New York, 2000.
3. *Luedeman J. K.,* Torsion theories and semigroup of quotients. - Lecture Notes in Math., 998, Springer-Verlag, Berlin, New York, 1983. – P. 350–373.
4. *Wiegandt R*., Radical and Torsion Theory for Acts. - Springer-Verlag, Berlin, New York, 2005. – P. 311–328.
5. *Zhang R. Z. and Shum K. P.,* Hereditary Torsion Classes of $S -$ systems // Semigrroup Forum. – 1996. - **52**. – P. 253–270.

$\tau -$ FLAT ACTS

We consider $\tau -$ flat acts in the category of $S -$ acts. We established close relations between $\tau -$ flat acts and the equivalent conditions for acts.