



УДК 517.95

ГЛАДКА РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ КВАЗІЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ З НЕРОЗДІЛЕНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ В СЕКТОРІ З РУХОМИМИ МЕЖАМИ

Бурдейна Н.О.

Львівський національний університет імені Івана Франка,
n_burdeina@ukr.net

Задачі з рухомими межами є об'єктом багатьох досліджень, оскільки моделюють проблеми газової динаміки, теорії мілкої води, механіки в'язкопружних середовищ, магнітної гідродинаміки тощо [1]. Особливим випадком мішаних задач є задачі, коли відрізок задання початкових умов вироджується в точку.

В криволінійному секторі $V_T = \{(x,t) \in \mathbb{R}^2 : a_1(t) < x < a_2(t), 0 < t < T, a_1(0) = a_2(0) = 0\}$ розглянемо квазілінійну гіперболічну систему рівнянь з частинними похідними:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i(x,t,u) \frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i(x,t,u), \quad i \in \{1, \dots, n\}, \quad (1)$$
$$u(x,t) = (u_1(x,t), \dots, u_n(x,t)).$$

Визначивши множини

$$J_1 = \{i : \lambda_i(0,0,u^0) < a'_1(0)\}, \quad J_2 = \{i : \lambda_i(0,0,u^0) > a'_2(0)\},$$

$$J_3 = \{i : a'_1(0) < \lambda_i(0,0,u^0)\}, \quad r_k = \text{card } I_k, \quad k \in \{1, 2, 3\},$$

крайові умови запишемо у вигляді

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^2 \beta_{ij}^k(t) u_j(a_k(t), t) + \int_0^t \gamma_i(t, \tau, u(a(\tau), \tau)) d\tau = \mu_i(t), \quad i \in \{1, \dots, n\}, \quad (2)$$
$$u(a(t), t) = (u(a_1(t), t), u(a_2(t), t)), \quad i \in \{1, \dots, r_1 + r_2 + r_3\}.$$

Припустимо, що система (2) однозначно розв'язна в т. (0,0), відповідно отримуємо значення $u(0,0)$.

За допомогою методу характеристик та теореми Банаха про стискуючі відображення, а також використовуючи методіку запропоновану в [2, 3], встановлено класичну глобальну розв'язність задачі (1)–(2).

1. Черный Г.Г. Газовая динамика. – М.: Наука, 1988. – 424 с.
2. Andrusjak R.V., Kyrylych V.M. Global solvability of hyperbolic Stefan problem // Матем. студії. – 2005. – 23, № 2. – С. 191-206.

3. Андрусак Р.В., Кирилич В.М. Задача для квазілінійної системи гіперболічного типу у криволінійному секторі з вільними межами // Наук. Вісник Чернівецького ун-ту. Математика. – 2008. – Вип. 421. – С. 5-12.

**GLOBAL SOLVABILITY OF HYPERBOLIC QUASI-LINEAR MOVABLE
BOUNDARY PROBLEM WITH UNSEPARATED BOUNDARY
CONDITIONS IN CURVILINEAR SECTOR**

Applying the method of characteristic and method of contractive mappings, the classical global solvability of movable boundary problem with nonlinear nonlocal boundary conditions for hyperbolic system of quasi-linear equations of the first order in a curvilinear sector is established.