



УДК 517.555

ОБМЕЖЕНІСТЬ L -ІНДЕКСУ ЗА НАПРЯМОМ КОМПОЗИЦІЇ ЦІЛИХ ФУНКЦІЙ

Бандура А.І.

Прикарпатський юридичний інститут ЛьвДУВС, andriybandura@i.ua

Обмеженість l -індексу для композиції цілих функцій однієї змінної дослідив М.М. Шеремета. Нами узагальнено його результат на випадок цілих функцій від декількох змінних обмеженого L -індексу за напрямом.

Нехай $L(z)$, $z \in C^n$ - додатна неперервна функція, і для кожного $\eta > 0$ справджується нерівність

$$0 < \inf \left\{ \inf \left\{ \lambda(z, t, t_0) : |t - t_0| < \frac{\eta}{L(z + t_0 b)} \right\} : z \in C^n, t_0 \in C \right\} \leq \\ \leq \sup \left\{ \sup \left\{ \lambda(z, t, t_0) : |t - t_0| < \frac{\eta}{L(z + t_0 b)} \right\} : z \in C^n, t_0 \in C \right\} < \infty, \quad (1)$$

де $b \in C^n$, $\lambda(z, t, t_0) = \frac{L(z + tb)}{L(z + t_0 b)}$.

Через Q_b^n позначимо клас функцій $L(z)$, для яких виконується (1). Зауважимо, що $Q = Q_1^1$.

Означення [2]. Ціла функція $F(z)$, $z \in C^n$, називається функцією обмеженого L -індексу за напрямом $b \in C^n$, якщо існує $m \in Z_+$ таке, що для всіх $p \in Z_+$ та всіх $z \in C^n$ виконується нерівність

$$\frac{1}{p! L^p(z)} \left| \frac{\partial^p F(z)}{\partial b^p} \right| \leq \max \left\{ \frac{1}{k! L^k(z)} \left| \frac{\partial^k F(z)}{\partial b^k} \right| : 0 \leq k \leq m \right\},$$

де $\frac{\partial^0 F(z)}{\partial b^0} = F(z)$, $\frac{\partial^k F(z)}{\partial b^k} = \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{\partial^{k-1} F(z)}{\partial b^{k-1}} \right)$, $k \geq 2$, $\frac{\partial F(z)}{\partial b} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(z)}{\partial z_i} b_i$.

Нехай $\phi(z)$ - ціла функція така, що для всіх $z \in C^n$ та $j \in Z_+$ виконується нерівність

$$\left| \frac{\partial^j \phi(z)}{\partial b^j} \right| \leq K \left| \frac{\partial \phi(z)}{\partial b} \right|^j,$$

де $K = const$.

Сформулюємо основний результат:

Теорема. Нехай $l(t) \in Q$, $t \in C$, а $L(z) = l(\phi(z)) \left| \frac{\partial \phi(z)}{\partial b} \right| \in Q_b^n$, $z \in C^n$.

Ціла функція $f(t)$, $t \in C$, має обмежений l -індекс тоді і тільки тоді, коли $F(z) = f(\phi(z))$, $z \in C^n$, має обмежений L -індекс за напрямом b .

BOUNDEDNESS OF L-INDEX IN DIRECTION FOR COMPOSITION OF ENTIRE FUNCTIONS

M.M. Sheremeta investigated boundedness of l -index for entire functions of one variable. We have generalized his result for entire functions of several variables of bounded L -index in direction.