

УДК 620.17: 539.4

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАПРУЖЕНЬ В ОРТОТРОПНІЙ ПЛАСТИНІ З ТРІЩИНОЮ

Войтович Л.В., Малежик М.П., Наконечний В.В.

Національний університет водного господарства та природокористування,
м. Рівне, ylv@rv.ua.net,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова м. Київ

При інтенсивних навантаженнях матеріал пошкоджується на дуже ранніх етапах деформації. Для багатьох волоконних композитних матеріалів такі процеси здебільшого протікають на границях волокно-матриця і навіть при нормальній температурі для них є характерною в'язкопружна поведінка при деформуванні [1]. Дані досліджень свідчать [2, 3, 4], що руйнування таких матеріалів залежить від їх реологічних властивостей і може відбуватися при досить низькому рівні напружень у вигляді повільного докритичного розвитку тріщини.

В даній роботі пропонується методика дослідження напружень та їх розподілу поблизу вершини тріщини в анізотропних оптично-чутливих матеріалах за умов повзучості.

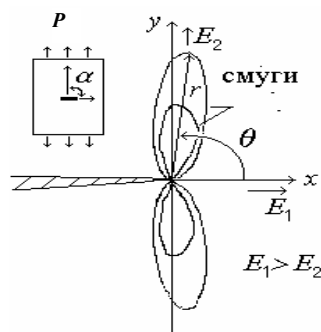


Рис. 1. Схема навантаження пластинки і визначення величин r і θ .

Для отримання співвідношень, що визначають коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) за експериментально отриманими величинами порядку інтерференційних смуг $m(t)$ розглянемо пластину з лінійно-в'язкопружного композиту в центрі якої розміщена тріщина. Нехай напрям тріщини збігається з напрямком переважного армування. Введемо прямокутну систему координат (x, y) з початком у вершині тріщини й віссю Ox напрямленою вздовж неї (рис.1).

Для компонент напружень σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} біля вершини тріщини використаємо відповідні рівняння механіки руйнування в'язкопружних тіл [5, 6], замінюючи в них пружні сталі функціями повзучості $\psi_{ij}(t)$:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \{K_I(t)\xi_1(t)\xi_2(t)[\xi_2(t)n_2(t) - \xi_1(t)n_1(t)]/A(r,t)\} + \\ &+ \{K_{II}[\xi_1^2(t)p_1(t) - \xi_2^2(t)p_2(t)]/A(r,t)\} + \sigma_{Ox}; \\ \sigma_{yy} &= \{K_I(t)\xi_1(t)[\xi_2(t)n_1(t) - \xi_1(t)n_2(t)]/A(r,t)\} + \\ &+ \{K_{II}[p_2(t) - p_1(t)]/A(r,t)\}; \\ \tau_{xy} &= K_I(t)\xi_1(t)\xi_2(t)[p_1(t) - p_2(t)]/A(r,t) + \\ &+ K_{II}(t)[\xi_2(t)n_2(t) - \xi_1(t)n_2(t)]/A(r,t).\end{aligned}\quad (1)$$

Тут $n_j(t) = \frac{\cos \gamma_j / 2}{\sqrt{p_j}}$, $p_j(t) = \frac{\sin \gamma_j / 2}{\sqrt{p_j}}$, $\operatorname{tg} \gamma_j = \xi_j(t) \operatorname{tg} \theta$, $p_j(t) = (\cos^2 \theta + \xi_j^2(t) \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}$, $A(r,t) = \sqrt{2\pi r}[\xi_2(t) - \xi_1(t)]$, $i\xi_j(t) = \mu_j(t)$, $-i\bar{\xi}_j(t) = \bar{\mu}_j(t)$; ($j=1,2$), $\mu_j(t)$ – комплексні параметри, яким відповідають комплексно спряжені корені характеристичного рівняння [8]

$$\mu^4(t) + \{[2\psi_{12}(t) + \psi_{66}(t)]/\psi_{11}(t)\mu^2(t) + \psi_{22}(t)/\psi_{11}(t)\} = 0; \quad (2)$$

K_I , K_{II} – КІН: $K_I = \sigma_0 \sin^2 \alpha [\pi l(t)]^{\frac{1}{2}}$; $K_{II} = \sigma_0 \sin \alpha \cos \alpha [\pi l(t)]^{\frac{1}{2}}$; σ_{Ox} – напруження дальнього поля; $2l$ – довжина тріщини; (r, θ) – полярні координати.

Запишемо у квазіпружному наближенні рівняння фотов'язкопружності [7]:

$$\begin{aligned}\left[\frac{m(t)}{h}\right]^2 &= \{\cos^2 \theta [F_{11}(t)\sigma_{xx}(t) - F_{22}(t)\sigma_{yy}(t)] + \\ &+ \sin^2 \theta [F_{11}(t)\sigma_{yy}(t) - F_{22}(t)\sigma_{xx}(t)] + \\ &+ \sin 2\theta [F_{11}(t) + F_{22}(t)]\tau_{xy}(t)\} + \\ &+ \{\sin 2\theta F_{12}(t)[\sigma_{xx}(t) - \sigma_{yy}(t)] - 2 \cos 2\theta F_{12}(t)\tau_{xy}(t)\}^2,\end{aligned}\quad (3)$$

де: $F_{ij}(t)$ – функція оптичної повзучості; $m(t)$ – порядок інтерференційної смуги; h – товщина моделі.

Для розтягу пластини під кутом $\alpha = 90^\circ$ до тріщини і вимірювання $m(t)$ вздовж полярного радіуса r , з вершини тріщини під кутом $\theta = 90^\circ$ (рис.1), рівняння (1) і (3) матимуть вигляд:

$$\sigma_{xx}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\xi_1(t)\xi_2(t)}{\sqrt{\xi_1(t) + \sqrt{\xi_2(t)}}} + \sigma_x; \quad \sigma_{yy}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{b(t)}{\eta(t)\xi_1(t)\xi_2(t)}; \quad (4)$$

$$\tau_{xy}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{a(t)} \frac{[\xi_1(t)\xi_2(t)]^2}{a(t)}.$$

Тут $a(t) = \sqrt{\xi_1(t)} - \sqrt{\xi_2(t)}$; $b(t) = \xi_1^2(t) + \xi_1(t)\xi_2(t) + \xi_2^2(t)$;
 $\eta(t) = \xi_2^{\frac{3}{2}}(t) + \xi_2^{\frac{3}{2}}(t)$;

$$\left[\frac{m(t)}{h} \right]^2 = [F_{11}(t)\sigma_{yy}(t) - F_{22}(t)\sigma_{xx}(t)]^2 + 4F_{12}^2(t)\tau_{xy}^2(t) \quad (5)$$

Підставляючи вираз для напружень із (4) в (5), отримаємо рівняння, що пов'язує порядок інтерференційної смуги $m(t)$ із величинами K_I і σ_{Ox} :

$$\left[\frac{m(t)}{h} \right]^2 = \frac{K_I^2(t)}{4\pi r} \{ F_{11}^2(t)b(t)/\eta^2(t)\xi_1(t)\xi_2(t) + F_{22}^2(t)[\xi_1(t)\xi_2(t)]^2/a^2(t) +$$

$$+ 4F_{12}^2(t)\xi_1(t)\xi_2(t)/a^2(t) - 2F_{11}(t)F_{22}(t)b(t)[\xi_1(t)\xi_2(t)]^{\frac{1}{2}}/a(t)\eta(t) \} + \quad (6)$$

$$+ \frac{K_I(t)\sigma_{Ox}}{2\sqrt{\pi r}} \{ \xi_1(t)\xi_2(t)/a(t) + b(t)/\eta(t)[\xi_1(t)\xi_2(t)]^2 \} F_{22}^2(t)\sigma_{Ox}^2.$$

Для випадку розтягу пластини під кутом $\alpha=45^\circ$ до напрямку тріщини вирази (1) і (3) набудуть вигляду:

$$\sigma_{xx}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}} \xi_1(t)\xi_2(t) + \sigma_{Ox}; \quad \sigma_{yy}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}}; \quad \tau_{xy}(t) = \frac{K_{II}(t)}{\sqrt{2\pi r}}; \quad (7)$$

$$\left[\frac{m(t)}{h} \right]^2 = [F_{11}(t)\sigma_{xx}(t) - F_{22}(t)]^2 + 4F_{12}^2(t)\tau_{xy}^2(t). \quad (8)$$

З (7) і (8) отримаємо рівняння зв'язку величин $m(t)$ і K_I , K_{II} , σ_{Ox} :

$$\left[\frac{m(t)}{h} \right]^2 = K_I^2(t) \{ F_{11}^2(t)[\xi_1(t)\xi_2(t)]^2 + F_{22}^2(t) - 2F_{11}(t)\xi_1(t)\xi_2(t) \} / 2\pi r +$$

$$+ K_{II}^2(t) 2F_{12}^2(t) / \pi r + K_I(t)\sigma_{Ox} [2F_{11}^2(t)\xi_1(t)\xi_2(t) -$$

$$- 2F_{11}(t)F_{22}(t)] / \sqrt{2\pi r} + F_{11}^2(t)\sigma_{Ox}^2. \quad (9)$$

Отже, з рівнянь (6), (9) за відомими значеннями порядків інтерференційних смуг $m(t)$ можна визначити коефіцієнти K_I , K_{II} , і дослідити характер їх поведінки в часі.

Досліджували КІН поляризаційно-оптичним методом на пластинах з скловолоконних композитів, з епоксидною матрицею ЕД-16. Технологія

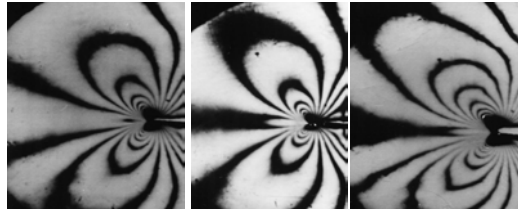


Рис.2 Картини ізохром біля вершини тріщини

виготовлення матеріалу відома [9]. Зміну порядків інтерференційних смуг реєстрували координатно-синхронним поляриметри КСП-10. За відомими значеннями $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ і розтягуючим зусиллям P спочатку визначалися функції повзучості $\psi_{ij}(t)$, а

потім комплексні параметри $\mu_j(t)$ з рівняння (2). Аналогічно за значеннями порядку інтерференційних смуг $m(t)$ і розтягуючим зусиллям визначалися функції оптичної повзучості $F_{ij}(t)$, за відомою методикою [4].

Пластини для експериментального визначення КІН були товщиною 2,5 мм, шириною 55 мм, довжиною 200 мм. Тріщини по ширині 0,15 мм і довжині $2l=7$ мм, утворювалися пропилуванням. Розтягування пластини під кутом $\alpha = 90^\circ$ до тріщини проводилось рівномірно розподіленою силою

$P = 850$ Н. Через певні інтервали часу, в полі координатно-синхронного поляриметра КСП-10 за картинами ізохром (рис.2), визначали координати інтерференційних смуг вдовж радіуса r від вершини тріщини під кутом $\alpha = 90^\circ$ (рис.1).

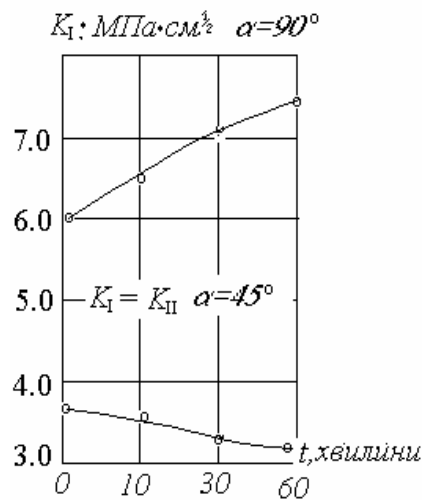


Рис.3. Зміна коефіцієнтів інтенсивності напружень K_I і K_{II} у часі.

Порядки смуг m визначали компенсаційним методом Сенармона при двох довжинах хвиль $\lambda_1 = 0.456 \cdot 10^{-6}$ м і $\lambda_2 = 0.578 \cdot 10^{-6}$ м. Похибка таких вимірювань не перебільшує 4% [10]. При розтязі пластини під кутом $\alpha = 45^\circ$ до тріщини рівномірно розподілена сила становила $P = 990$ Н. Використовуючи рівняння (6) і (9) за величинами m і r обчислювали значення $K_I(t)$ і $K_{II}(t)$ для моментів часу $t = 0, 10, 30, 60$ хв (рис.3).

Результати експериментів для в'язкопружних пластин з тріщиною при розтязі показали, що КІН змінюються з часом і на характер їх зміни суттєво впливає кут α між

тріщиною і напрямком розтягуючої сили. Показано, що при $\alpha = 90^0$ величина $K_I(t)$ зростає в часі тоді, як при $\alpha = 45^0$, величини $K_I(t)$ і $K_{II}(t)$ дещо знижуються. Розроблену методику визначення КІН біля тріщини за даними оптичних вимірів і одержані результати можна використовувати в процесі проектування несучих конструкцій, виготовлених з полімерних волоконних матеріалів, які працюють в умовах тривалого статичного навантаження. Фотопружне моделювання механічної поведінки ортотропних в'язкопружних елементів конструкцій з концентраторами дає можливість прогнозувати їх ресурсну здатність в умовах експлуатації і є перспективним напрямком у механіці руйнування анізотропних матеріалів.

1. Скудра А.М., Булавс Ф.Я., Роценс К.А. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков. – Рига: Зинатне, 1971. - 240 с.
2. Каминский А.А., Селиванов М.Ф. Длительное разрушение слоистого вязкоупругого композитного материала с трещиной под действием нагрузки, изменяющейся со временем // Механика композитных материалов. –2000. – 36, №4. - С.545-558.
3. Малежик М.П. Моделювання напружено-деформованого стану поблизу тріщин в анізотропних лінійно-в'язкопружних пластинах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. –2003. - № 2. –С.93-95.
4. Малежик М.П., Малежик О.П. Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень при довготривалому руйнуванні в'язкопружних - С.70 -74.
5. Кортен Х.Г. Механика разрушения композитов // Разрушение: - М.: Мир, 1976. – Т.7, ч.1. – с.367-471.
6. Нетребко В.П., Васильченко И.П. Поляризациянные методы механики композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1990. – 160 с.
7. Малежик М.П. Динамічна фотопружність анізотропних тіл.-К.: ІГФ НАН України ім. Субботіна, 2001. – 200 с.
8. Лехницький С.Г. Анизотропные пластины. –М.: Гостехиздат, 1948. –352 с.
9. Малежик М.П. Оптично-чутливі матеріали для моделювання хвильових полів напружень в анізотропних тілах // Фіз. хім. механіка матеріалів. –2004. – № . – С. 99-103.
10. Эдельштейн Е.И., Лейкин М.В., Дричко Н.М. и др. Координатно-синхронный поляриметр КСП-10. - Материалы VIII Всесоюзной конференции по методу фотоупругости, Т.2. – Таллин,1979.–С. 77-84.

RESEARCH OF NON-STATIONARY TENSIONS IS IN A ORTOTROPIC PLATE WITH A CRACK

For the description of photoelastic behaviour linear visco-elasticed ortotropic of a plate with a crack the known equations of photoelasticity linear visco-elasticed of bodies. The ratio for of stress intensity factors (SIF) near a crack on the data photoelasticed of measurements are received. The character of change SIF in time is investigated. Is shown, that the character of change SIF in time depends on a corner between a direction of a stretching and direction of a crack.