Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України
Рада молодих науковців і
спеціалістів

Конференція молодих учених
«ПІДСТРИГАЧІВСЬКІ
ЧИТАННЯ – 2010»
м. Львів
25-26 травня 2010 року

Секція: АКТУАЛЬНІ ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ
http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2010/materials/pc2010-01-P-20.pdf

УДК 517.95

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО ПРОЦЕСУ ПРИЛАДУ СКЛАДНОЇ ФОРМИ В ГЕРМЕТИЧНОМУ ВИКОНАННІ З ДЖЕРЕЛАМИ ЕНЕРГІЇ

Подкопай І.В.

НАН України інститут проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України,
Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури,
podkopay_ira@mail.ru

У доповіді пропонується варіаційно-структурний підхід до проведення обчислювального експерименту з моделювання теплового процесу приладу складної форми в герметичному виконанні з джерелами енергії.

Тепловий режим приладу або окремого блоку залежить від ряду факторів, таких як режим енерговиділяючих елементів, теплофізичних характеристик навколишнього середовища та пристроїв тепловідводу, а також геометричних характеристик приладу (блоку).

Розглянемо випадок, коли прилад або його окремий блок являє собою подовжене циліндричне тіло складної форми (рис.1).

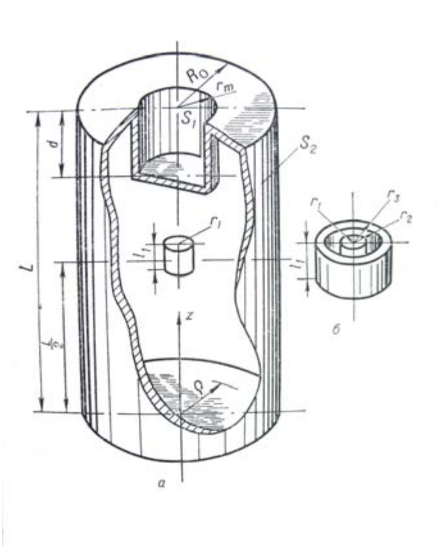

Рис.1. Циліндричне тіло складної форми.

Для будь-якої компоновки деталей в герметичному циліндричному приладі процеси тепловіддачі аналогічні. Теплопровідність конструктивних елементів та конвективно-кондуктивний обмін через повітряні прошарки відіграють основну роль.

Якщо прилад орієнтований, то при наявності природної конвекції теплові потоки від нижніх деталей (транзистори, лампи, деталі опору і т.д.) додаються з потоками інших деталей та утворюють нагріту зону циліндричної форми. Місцезнаходження нагрітої зони залежить від компонованої схеми деталей в приладі та його геометричних характеристик.

Для випадків, коли дана схема недостатньо відображає процес теплообміну прибору, який розглядається, необхідна її відповідна корегування.

При цьому точна інформація про геометричну форму блоку задається за допомогою R-функцій.[1]

Взаємодія оболонки приладу з зовнішнім середовищем характеризується умовами першого, другого та третього роду на відповідних частинах поверхні циліндричного тіла складної форми.

Для конструктивних схем приладу розрахунок температурного поля зведено до розв'язання наступних краєвих задач:

$$\Delta u = -F_p ,$$

$$u\Big|_{s_{1p}} = 0 ,\ \frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=0} = f_p ,\ (\frac{\partial u}{\partial \rho} + hu)\Big|_{\rho = R_0} = 0 , \tag{1}$$

де p – номер задачі, яка розглядається; F_p - функція, яка характеризує розподіл джерел тепла в циліндричних тілах, $h = \dfrac{\alpha}{\lambda}$ - відносний коефіцієнт тепловіддачі; λ - коефіцієнт теплопровідності середовища; $u(\rho, z) = t - t_c$, t_c - температура навколишнього середовища.

Для $p=1$, $f_p = -\dfrac{q}{\lambda}$, $F_1 = 0$, q - щільність теплового потоку.

Для $p=2$ та $p=3$ функція $f_p = 0$.

Функція F_p задається наступним чином:

$$F_2 = \begin{cases} \dfrac{P}{\lambda \pi r_1^2 l_1}, (p,z) \in H_1 \\ 0, (p,z) \notin H_1, \end{cases} \qquad F_3 = \begin{cases} \dfrac{P}{\lambda \pi r_1^2 l_1}, (p,z) \in H_1, \\ \dfrac{P}{\lambda \pi (r_3^2 - r_2^2) l_1}, (p,z) \in H_2, \\ 0, (p,z) \notin (H_1 \cup H_2). \end{cases} \tag{2}$$

Задачам 1-3 відповідає варіаційна задача про мінімум функціоналу[3]:

$$I = \int\limits_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - F_p u \right] \rho d\rho d\theta dz + \int\limits_{S_2} hu^2 dS - 2 \int\limits_{S_3} f_p u dS \tag{3}$$

Для застосування метода Ритца в даному випадку необхідно мати систему координатних функцій $\{X_{ij}\}$, точно задовольняючих головним краєвим умовам та умовам повноти. Такою системою для задач 1-3, згідно [2], може бути така система функцій:

$$\omega = L - z \,,\ \varphi_{ij}(\rho, z) = \rho^{2i}(1-z)^{2j}\,.$$

Тоді $X_{ij}(\rho, z) = \rho^{2i}(1-z)^{2j+1}$.

Структуру розв'язку вибираємо у вигляді $u(\rho, z) = \sum\limits_{\substack{i+j=0\\ i\ge 0,\, j\ge 0}} C_{ij} X_{ij}$.

Коефіцієнти системи C_{ij} для n координатних функцій знаходимо з умови мінімуму функціоналу, що приводить до розв'язку системи Ритца. Для задач 1-3 інтеграли системи можна обчислити точно. При цьому:

$$\sum_{\substack{i+j=0\\ i\ge 0,\, j\ge 0}} C_{ij}\left\{\frac{2ik}{(i+k)[2(j+s)+3]} + \frac{(2j+1)(2s+1)}{2(i+k+1)[2(j+s)+1]} + \right.$$
$$\left. + \frac{0,2}{2(j+s)+3}\right\} = \gamma_1 \frac{1}{4(k+1)} + \gamma_2 \frac{5(0,1)^{2k}}{4(k+1)(s+1)}[(0,55)^{2s+2} - \qquad (4)$$
$$-(0,45)^{2s+2}] + \gamma_3 \frac{125}{7}\frac{[(0,4)^{2k+2} - (0,3)^{2k+2}][(0,55)^{2s+2} - (0,45)^{2s+2}]}{(k+1)(s+1)},$$

де $k+s = 0,1,\ldots,n$. Для задачі 1 $\gamma_1 = 1,\ \gamma_2 = 0$, $\gamma_3 = 0$; для задачі 2 $\gamma_1 = 0,\ \gamma_2 = 1, \gamma_3 = 0$; для задачі 3 $\gamma_1 = 0,\ \gamma_2 = 1,\ \gamma_3 = 1$.

Значення коефіцієнтів C_{ij} для структур розв'язку задач 1-3 наведені в таблиці.

Таблиця. Значення коефіцієнтів C_{ij}.

C_{ij}	Задача		
	1	2	3
C_{oo}	0,4369	1,3511	2,3370
C_{10}	-0,0347	-3,3453	-4,8625
C_{20}	-0,0058	-1,4438	-2,5144
C_{01}	0,0223	3,3737	4,3558
C_{11}	0,0083	2,9723	4,7537
C_{02}	0,0006	0,3698	0,6151
C_{21}		-1,3306	-1,9848
C_{30}		-1,1471	-1,3161
C_{12}		-0,7909	-1,3382
C_{03}		0,1319	0,2651

Слід відзначити, що при розрахунку температурного поля блока по даній методиці відносний коефіцієнт тепловіддачі h та щільність теплового потоку q можуть залежати від координат поверхні тіла, що розглядається. Це дозволяє більш точно коректувати облік характеру взаємодії оболонки приладу з навколишнім середовищем.

Запропонований підхід має перевагу перед чисельними методами, що дозволяє знаходити розв'язок задачі в аналітичній формі. Обставина, що при розв'язку питань оптимізації проектування та розробки систем автоматизованого проектування, оскільки параметри задачі (коефіцієнти теплопровідності, температуропровідності середовищ, геометричні розмірі тіл и т.п.) входять при цьому в аналітичні вирази в явній формі та ними можна вільно варіювати [3].

1. *Рвачёв В.Л, Слесаренко А.П.* Алгебра логики и интегральные преобразования в краевих задачах. – Киев:Наукова думка, 1976.–288 с.
2. *Канторович Л.В., Крылов В.И.* Приближённые методы высшего анализа. – Москва: Физматгиз, 1962.
3. *Темников А.В., Слесаренко А.П.* Современные приближённые аналитические методы решения задач теплообмена. – Самара: Самарский политехнический институт, 1991. – 92 с.

THERMAL MODELLING OF COMPLEX FORM HERMETIC DEVICE WITH ENERGY SOURCES

Based on the joint application of the structural and variational methods is carried out mathematical modeling of thermal processes in a limited solid cylinder with energy sources. The results of computational experiment are given.