

УДК 539.3

МОДЕЛЮВАННЯ СИЛОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ В КОРПУСІ ОБЕРТОВОГО АГРЕГАТУ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ ОПОР

Дзюбик Л.В.

Національний університет «Львівська політехніка», dzubik@narod.ru

Постановка проблеми та аналіз останніх досягнень. Великогабаритні обертові агрегати мають широке застосування у всіх галузях промисловості, що обробляють сипучі матеріали. Значні лінійні розміри (діаметр 5 м, довжина 185 м) та металоємкість зумовлюють особливі вимоги до точності методів технічного діагностування. Зокрема, дослідження силових навантажень, які діють в корпусі агрегату, виконують аналогічно до нерозрізної балки, що знаходиться на жорстких опорах та навантажена зосередженими та розподіленими зусиллями. Аналіз літературних даних [1, 2] показує, що пружні характеристики елементів опор є достатніми для того, щоб зумовити прогнозовану зміну реакцій та опорних моментів, а, отже, напружено-деформованого стану конструкції в цілому. У даний час ця задача, переважно розглядається для сталого перерізу конструкції. Тому дослідження статичної рівноваги балки змінної жорсткості на пружних опорах є актуальною.

Мета роботи. Побудова розв'язку задачі про статичну рівновагу нерозрізної балки кусково-сталюї згинної жорсткості, розміщеної на пружних точкових опорах різної висоти та його застосування для дослідження обертових агрегатів.

Постановка задачі. Розглянемо балку довжиною l кусково-сталюї згинної жорсткості, яка вільно лежить на N_R пружних опорах під дією зосереджених та розподілених кусково-сталюїх навантажень (рис. 1).

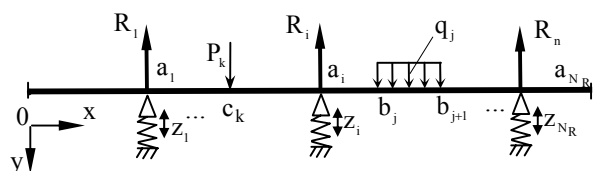


Рис. 1. Схема балки кусково-сталюї згинної жорсткості на пружних опорах

Позначимо: $a_i, \kappa_i, z_i, i = 1, N_R$ – координати, коефіцієнти податливості та початкові зміщення опор; $[d_m, d_{m+1}), m = 1, N_D$ – ділянки, де жорсткість

балки на згин D_m – стала. У точках $x = c_k$, $k = 1, N_p$ на балку діють зосереджені зусилля P_k , а на ділянках $[b_j, b_{j+1})$, $j = 1, N_q$ (в межах ділянки сталої жорсткості) розподілені зусилля сталої інтенсивності q_j . Тут $\Delta_j = b_{j+1} - b_j$ довжина ділянки сталого навантаження, $b_j^0 = (b_{j+1} + b_j)/2$ – їх центри. Зовнішнє навантаження зумовлює реакції опор R_i , $i = 1, N_R$.

Прогин балки $w(x)$ задовольняє диференціальне рівняння [3]:

$$(D(x)w''') = q(x), \quad x \in (0, l), \quad (1)$$

де $q(x) = \sum_{i=1}^{N_R} R_i \delta(x - a_i) + \sum_{k=1}^{N_p} P_k \delta(x - c_k) + \sum_{j=1}^{N_q} q_j [\theta(x - b_j) - \theta(x - b_{j+1})]$ зовнішнє навантаження; $\delta(x - \alpha)$ – дельта функція Дірака, $\theta(x - \alpha) = \begin{cases} 0, & x < \alpha \\ 1, & x \geq \alpha \end{cases}$ – функція Хевісайда.

Згинний момент та перерізуючу силу в балці визначають через переміщення: $M(x) = -D(x)w''(x)$, $Q(x) = M'(x)$. Оскільки краї балки вільні, на них виконуються умови рівності нулю згинних моментів та перерізуючих сил $M(0) = 0$, $Q(0) = 0$, $M(l) = 0$, $Q(l) = 0$.

На кожну опору діє сила, протилежна до реакції опори R_i , яка зумовлює пружне переміщення опори $U_i = -\kappa_i R_i$, $i = 1, N_R$.

З умови ідеального контакту балки з опорою отримуємо рівності:

$$w(a_i) = -\kappa_i R_i + z_i, \quad i = 1, N_R. \quad (2)$$

Розв'язання задачі. Використовуючи метод функцій Коші [3] для побудови загальних розв'язків диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами загальний розв'язок рівняння (1) запишемо у вигляді:

$$w(x) = w_0 + \theta_0 x + M_0 \frac{\partial}{\partial \alpha} K(x, 0) + Q_0 K(x, 0) + w_*(x, 0), \quad (3)$$

де $K(x, \alpha) = \int_{\alpha}^x \frac{(x-s)(s-\alpha)}{D(s)} ds$ – функція Коші, $w_*(x, \alpha) = \int_{\alpha}^x K(x, t) q(t) dt$.

Тут початкові параметри w_0, θ_0, M_0, Q_0 відповідають прогину, куту повороту, згинальному моменту та перерізуючій силі на лівому кінці балки при $x = 0$. Згинні моменти та перерізуючі сили в балці знаходимо за загальними формулами у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 M(x) = & -\sum_{i=1}^{N_R} R_i \theta (x - a_i)(x - a_i) - \sum_{k=1}^{N_P} P_k \theta (x - c_k)(x - c_k) - \\
 & - \sum_{j=1}^{N_q} q_j \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad x < b_j \\ (x - b_j)^2 / 2, \quad b_j \leq x < b_{j+1} \\ \Delta_j (x - b_j^0), \quad b_{j+1} \leq x \end{array} \right\}, \\
 Q(x) = & -\sum_{i=1}^{N_R} R_i \theta (x - a_i) - \sum_{k=1}^{N_P} P_k \theta (x - c_k) - \\
 & - \sum_{j=1}^{N_q} q_j \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad x < b_j \\ x - b_j, \quad b_j \leq x < b_{j+1} \\ \Delta_j, \quad b_{j+1} \leq x \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Прогин балки, згинаючий момент та перерізуюча сила повністю виражаються через початкові переміщення w_0 та кут повороту θ_0 , реакції опор R_i , $i = 1, N_R$ та зовнішнє навантаження.

З крайових умов при $x = l$ отримуємо рівняння (5):

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{N_R} R_i (l - a_i) + \sum_{k=1}^{N_P} P_k (l - c_k) + \sum_{j=1}^{N_q} q_j \Delta_j (l - b_j^0) &= 0, \\
 \sum_{i=1}^{N_R} R_i + \sum_{k=1}^{N_P} P_k + \sum_{j=1}^{N_q} q_j \Delta_j &= 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Рівняння (5) є умовами рівноваги моментів та поперечних сил відносно правого кінця балки.

З умов ідеального контакту балки та опор (2) отримуємо N_R рівнянь (7):

$$\begin{aligned}
 w_0 + \theta_0 a_i + \sum_{m=1}^{N_R} R_m \theta (a_i - a_m) K(a_i, a_m) + \kappa_i R_i &= \\
 =_i - \sum_{k=1}^{N_P} P_k \theta (a_i - c_k) K(a_i, c_k) - \sum_{j=1}^{N_q} q_j H_j(a_i)
 \end{aligned}$$

Рівняння (5) – (7) складають систему з $N_R + 2$ лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення $N_R + 2$ невідомих w_0, θ_0 та R_i , $i = \overline{1, N_R}$.

Частковий випадок жорстких опор, отримуємо покладаючи в рівняннях (23) $\kappa_i = 0$, $i = \overline{1, N_R}$, а випадок незміщених опор – $z_i = 0$, $i = \overline{1, N_R}$.

Практичні розрахунки. Приведений алгоритм розрахунку балки реалізовано на мові Object Pascal в середовищі Delphi.

Розглянемо 8-опорну обертову піч для виготовлення сипучих будівельних матеріалів. Геометричні параметри печі, пружні сталі та навантаження такі ж як у роботі [2]. Приймемо значення приведенного коефіцієнта податливості (κ) кожного опорного вузла рівним 0,8086 КН/м [2]. Застосовуючи отриману систему рівнянь (5) – (7) визначимо величину пружних вертикальних переміщень в опорах, діючих моментів та опорних реакцій для випадку попереднього зміщення лише п'ятої опори вгору і вниз на 5 мм (табл.1). Тут проведено порівняння результатів з отриманими методом 5-ти моментів [4], яке показало їх повне узгодження.

Таблиця 1. Силіві навантаження та переміщення в печі

| Опора, n | без зміщень | | | зміщення вгору на 5 мм | | | зміщення вниз на 5 мм | | |
|----------|---------------------|---------------------|-----------------------|------------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| | R _i , МН | δ _i , мм | M _i , МН·м | R _i , МН | w _i , мм | M _i , МН·м | R _i , МН | w _i , мм | M _i , МН·м |
| 1 | -2,86 | 2,32 | -3,64 | -2,86 | 2,31 | -3,63 | -2,86 | 2,31 | -3,63 |
| 2 | -4,06 | 3,29 | -7,31 | -4,07 | 3,29 | -7,42 | -4,06 | 3,28 | -7,21 |
| 3 | -3,77 | 3,05 | -6,49 | -3,99 | 3,23 | -6,50 | -3,55 | 2,87 | -6,47 |
| 4 | -3,97 | 3,22 | -5,52 | -3,21 | 2,59 | -0,95 | -4,75 | 3,84 | -10,1 |
| 5 | -4,11 | 3,33 | -7,47 | -5,16 | -0,83 | -15,81 | -3,07 | 7,48 | 0,86 |
| 6 | -4,00 | 3,24 | -7,53 | -3,27 | 2,64 | -2,69 | -4,73 | 3,82 | -12,36 |
| 7 | -5,08 | 4,11 | -8,22 | -5,30 | 4,29 | -8,26 | -4,86 | 3,92 | -8,19 |
| 8 | -3,79 | 3,07 | -2,11 | -3,79 | 3,06 | -2,11 | -3,79 | 3,07 | -2,11 |

Аналіз отриманих результатів показує, що наявність пружних деформацій в опорах та зумовлює їх зміщення на величини, які близькі до нормативних меж [1]. попередніх зміщень зумовлює значний перерозподіл діючих зусиль в корпусі обертової печі та визначається їх напрямом. Зокрема, переміщення опори вгору значно збільшує діючий на ній опорний момент. В розглянутому варіанті він локально зростає приблизно удвічі, однак, на сусідніх опорах він зменшується. Реакція опори при цьому зростає приблизно на 20 %, а сусідні опори –розвантажуються. Повне переміщення розглянутої опори значно менше від заданого та складає приблизно 1 мм.

Висновки. Розв'язано задачу про статичну рівновагу нерозрізної балки кусково-сталої згинної жорсткості, розміщеної на багатьох пружних точкових опорах з можливим їх попереднім зміщенням у вертикальному напрямку. Отримано систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення реакцій опор балки. Аналітично показано, що реакції опор не змінюються при переміщенні опор як жорсткого цілого. Досліджено 8-ми опорну обертову піч та показано, що наявність пружних деформацій та попередніх зміщень опор змінює величину регулюючих переміщень.

1. Кузьо И. В., Шевченко Т. Г. Расчет и контроль установки агрегатов непрерывного производства. – Львов: Вища шк., 1987. – 176 с.
2. І. В. Кузьо, Л. В. Дзюбик Дослідження пружних деформацій опорних вузлів та їх вплив на силові характеристики обертових печей // Вісник НУ "Львівська політехніка": «Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні». – Львів: НУ "Львівська політехніка". – 2008. – **613**. – С. 106-110.
3. Гацук П., Зорій Л.-М. Лінійні моделі дискретно-неперервних механічних систем. – Львів: Українські технології, 1999. – 372 с.
4. Л. В. Дзюбик Автоматизація процесу технічного контролю агрегатів із нахиленою віссю обертання // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Праці конференції. – Львів: Кінпатрі ЛТД, 2008. – С. 212-214.

**A DESIGN OF THE POWER LOADINGS IS IN THE CORPS OF
CIRCULATING AGGREGATE RECOGNITION RESILIENCY OF
SUPPORTS**

General expression of beam deflection is written by the Cauchy functions method. A system of the linear algebraic equations for unknown reactions at supports is obtained using the equilibrium equations for moments and shearing forces, and the equality conditions of the beam deflection and the elastic displacements of supports. The numerical calculations are made for an eight supporting circulating stove. It is shown that the consideration of the initial displacements and the supports elasticity has large inference on the geometric and strength parameters of the stove.